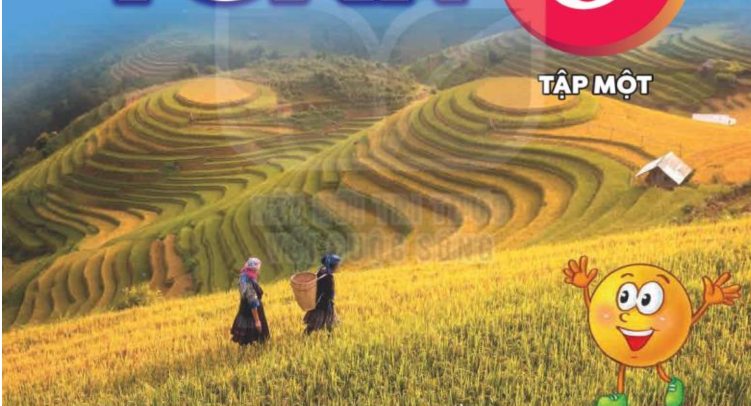
KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN HUY ĐOAN (đồng Chủ biên)
NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG
SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

TOÁN 8

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

1. Mỗi bài học được thiết kế gồm:
   - Phần **Định hướng**: Chỉ rõ các thuật ngữ, khái niệm và các kiến thức, kĩ năng mà các em cần chú ý trong bài học.
   - Phần **Mở đầu**: Thường là một bài toán hay một tình huống có liên quan đến nội dung mới của bài học.
   - Phần **Hình thành kiến thức mới**: Gồm các hoạt động *Tìm tòi – Khám phá* ( ) và *Đọc hiểu – Nghe hiểu* ( ) cùng với *Chú ý* hay *Nhận xét*.
   - – Kiến thức trọng tâm được đặt trong khung màu vàng.
   - – Câu hỏi ( ) giúp đánh giá kết quả sau hoạt động *Đọc hiểu – Nghe hiểu*.
   - Phần **Luyện tập và củng cố**: Gồm *Ví dụ*, *Luyện tập*, *Thực hành* để hình thành và phát triển các kĩ năng gắn với kiến thức mới vừa học.
   - Phần **Vận dụng**: Gồm các hoạt động *Vận dụng*, *Tranh luận* ( ) và *Thử thách nhỏ* ( ) để giải quyết các tình huống, vấn đề trong thực tiễn và mở rộng kiến thức.
2. Các em sẽ được đồng hành với anh Pi, các bạn Tròn, Vuông trong các bài học để việc học hấp dẫn hơn nhé.

3. Các em có thể tham khảo thêm mục *Em có biết?* để mở rộng hiểu biết của mình. Cuối sách là *Bảng tra cứu thuật ngữ* và *Bảng giải thích thuật ngữ*.

Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa để dành tặng các em học sinh lớp sau!

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh yêu quý!

Trên tay các em là cuốn sách TOÁN 8 (tập một) bộ sách giáo khoa *"Kết nối tri thức với cuộc sống"* của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Bộ sách TOÁN 8 gồm hai tập, được biên soạn theo định hướng phát triển phẩm chất và năng lực cho học sinh.

Với thông điệp *"Kết nối tri thức với cuộc sống"*, các kiến thức trong sách sẽ đến với các em một cách tự nhiên, bắt nguồn từ thực tế đời sống và giúp các em biết cách giải quyết những vấn đề đặt ra trong cuộc sống.

Thông điệp đó còn nhắc nhở các em thực hiện tốt lời Bác Hồ dạy: "Học đi đôi với hành". Muốn làm được điều đó, các em vừa phải mở mang, củng cố kiến thức; vừa phải rèn luyện, nâng cao kĩ năng. *Kiến thức* và *kĩ năng* là hai nhân tố quan trọng để các em phát triển năng lực của mình.

Với cách thể hiện phong phú và lôi cuốn, hình thức trình bày hấp dẫn và thân thiện, TOÁN 8 sẽ giúp các em học Toán được dễ dàng. TOÁN 8 còn là người bạn đồng hành cùng các em khám phá vẻ đẹp của Toán học, qua đó các em ngày càng yêu Toán hơn.

Chúc các em học tập chăm chỉ và thành công!

MỤC LỤC

Chương I ĐA THỨC

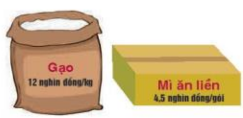
ĐẠI SỐ

Ở lớp 7, các em đã học về đa thức một biến. Khái niệm và các phép toán đối với đa thức nhiều biến cũng tương tự như đa thức một biến. Tuy nhiên, hai chữ "nhiều biến" chắc chắn sẽ đem lại những sự khác biệt nhất định. Học chương này, các em hãy để ý xem giữa đa thức nhiều biến và đa thức một biến có những gì giống và khác nhau nhé.

Bài 1 ĐƠN THỨC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đơn thức • Hệ số, phần biến (của đơn thức) • Bậc (của đơn thức) • Đơn thức đồng dạng	• Nhận biết đơn thức, đơn thức thu gọn, hệ số, phần biến và bậc của đơn thức. • Thu gọn đơn thức. • Nhận biết đơn thức đồng dạng. • Cộng và trừ hai đơn thức đồng dạng.

Bài toán. Một nhóm thiện nguyện chuẩn bị y phần quà giúp đỡ những gia đình có hoàn cảnh khó khăn. Mỗi phần quà gồm x kg gạo và x gói mì ăn liền. Viết biểu thức biểu thị giá trị bằng tiền (nghìn đồng) của toàn bộ số quà đó.



Hai bạn Tròn và Vuông lập luận như sau:

Tổng số gạo trong y phần quà trị giá $12xy$ (nghìn đồng); tổng số gói mì ăn liền trong y phần quà trị giá $4,5xy$ (nghìn đồng). Vậy biểu thức cần tìm là $12xy + 4,5xy$

Mỗi phần quà trị giá $12x + 4,5x = 16,5x$ (nghìn đồng). Do đó, y phần quà trị giá $16,5xy$ (nghìn đồng). Vậy biểu thức cần tìm là 16,5xy.

Theo em, bạn nào giải đúng?

1 ĐƠN THỨC VÀ ĐƠN THỨC THU GỌN

Khái niệm đơn thức

HĐ1 Biểu thức $x^2 - 2x$ có phải là đơn thức một biến không? Vì sao? Hãy cho một vài ví dụ về đơn thức một biến.

HĐ2 Xét các biểu thức đại số:

$-5x^2y$; $x^3 - \frac{1}{2}x$; $17z^4$; $-\frac{1}{5}y^2 5$; $-2x + 7y$; $xy4x^2$; $x + 2y - z$.

Hãy sắp xếp các biểu thức đó thành hai nhóm:

Nhóm 1: Những biểu thức có chứa phép cộng hoặc phép trừ.

Nhóm 2: Các biểu thức còn lại.

Nếu hiểu đơn thức (nhiều biến) tương tự đơn thức một biến thì theo em, nhóm nào trong hai nhóm trên bao gồm những đơn thức?

> **Đơn thức** là biểu thức đại số chỉ gồm một số hoặc một biến, hoặc có dạng tích của những số và biến.

Ví dụ 1

Tìm đơn thức trong các biểu thức sau:

$-x6y$; $x + 2y$; $0{,}3xyx^2$; $5x\sqrt{y}$.

Giải

Biểu thức $x + 2y$ không là đơn thức vì có chứa phép cộng. Biểu thức $5x\sqrt{y}$ không là đơn thức vì có chứa căn bậc hai của biến. Hai biểu thức còn lại đều là đơn thức.

Luyện tập 1

Trong các biểu thức sau đây, biểu thức nào là đơn thức?

$3x^3y$; -4; $(3 - x)x^2y^2$; $12x^5$; $-\frac{5}{9}xyz$; $\frac{x^2y}{2}$; $\frac{3}{x} + y^2$.

Tranh luận

Còn em nghĩ sao?

Đơn thức thu gọn, bậc của một đơn thức

1) Quan sát hai đơn thức $A = 2xy(-3)x^2$ và $B = 5x^2y^3z$, ta thấy: Trong đơn thức A có hai số (2 và -3), và biến x xuất hiện hai lần. Trái lại, trong đơn thức B chỉ có một số và mỗi biến chỉ xuất hiện một lần (dưới dạng một luỹ thừa). Ta gọi các đơn thức như B là các *đơn thức thu gọn*.

> **Đơn thức thu gọn** là đơn thức chỉ gồm một số, hoặc có dạng tích của một số với những biến, mỗi biến chỉ xuất hiện một lần và đã được nâng lên luỹ thừa với số mũ nguyên dương.

2) Với các đơn thức chưa là đơn thức thu gọn, ta có thể thu gọn chúng bằng cách áp dụng các tính chất của phép nhân và phép nâng lên luỹ thừa. Ví dụ, với đơn thức A ta làm như sau:

$$A = 2xy(-3)x^2 = 2 \cdot (-3) \cdot (x \cdot x^2) \cdot y = -6 \cdot x^3 \cdot y = -6x^3y.$$

3) *Tổng số mũ* của các biến trong một đơn thức thu gọn với hệ số khác 0 gọi là *bậc* của đơn thức đó. Chẳng hạn, trong đơn thức B, tổng các số mũ của x, y và z là $2 + 3 + 1 = 6$ nên B có bậc là 6.

Để xác định bậc của một đơn thức chưa thu gọn, ta nên thu gọn đơn thức đó. Chẳng hạn, đơn thức thu gọn của A là đơn thức $-6x^3y$. Đơn thức này có bậc là 4 nên đơn thức A có bậc là 4.

4) Trong một đơn thức thu gọn, phần số còn gọi là *hệ số*, phần còn lại gọi là *phần biến*. Ví dụ, đơn thức $-6x^3y$ có hệ số là -6, phần biến là x^3y.

Hệ số

$$\underline{-6}\ \underline{x^3y}$$

Phần biến

Chú ý

- Với các đơn thức có hệ số là $+1$ hay -1, ta không viết số 1. Ví dụ, đơn thức xy^2 có hệ số là 1; đơn thức $-x^2y^2$ có hệ số là -1.
- Mỗi số khác 0 là một đơn thức thu gọn bậc 0.
- Số 0 cũng được coi là một đơn thức. Nó không có bậc.

Khi viết một đơn thức thu gọn, ta thường viết hệ số trước, phần biến sau; các biến viết theo thứ tự trong bảng chữ cái.

? Cho biết hệ số, phần biến và bậc của mỗi đơn thức sau:

$$2{,}5x; \quad -\frac{1}{4}y^2z^3; \quad 0{,}35xy^2z^4.$$

Ví dụ 2 Xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức $0{,}5xy^24x^2$.

Giải

Trước hết ta thu gọn đơn thức đã cho:

$$0{,}5xy^24x^2 = (0{,}5 \cdot 4)(x \cdot x^2)y^2 = 2x^3y^2.$$

Vậy hệ số của đơn thức là 2, phần biến là x^3y^2 và bậc là 5.

Luyện tập 2

Thu gọn và xác định bậc của đơn thức $4{,}5x^2y(-2)xyz$.

2 ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

Từ đây, khi nói đến một đơn thức, ta hiểu rằng *đơn thức đó đã được thu gọn.*

Khái niệm đơn thức đồng dạng

HĐ3 Cho đơn thức một biến $M = 3x^2$. Hãy viết ba đơn thức biến x, cùng bậc với M rồi so sánh phần biến của các đơn thức đó.

HĐ4 Xét ba đơn thức $A = 2x^2y^3$, $B = -\frac{1}{2}x^2y^3$ và $C = x^3y^2$.

So sánh:

a) Bậc của ba đơn thức A, B và C;

b) Phần biến của ba đơn thức A, B và C.

Ta gọi hai đơn thức A và B như trên là hai *đơn thức đồng dạng*.

Một cách tổng quát:

> Hai **đơn thức đồng dạng** là hai đơn thức với hệ số khác 0 và có phần biến giống nhau.

Nhận xét. Hai đơn thức đồng dạng thì có cùng bậc.

Luyện tập 3 Cho các đơn thức:

$$\frac{5}{3}x^2y;\ -xy^2;\ 0{,}5x^4;\ -2xy^2;\ 2{,}75x^4;\ -\frac{1}{4}x^2y;\ 3xy^2.$$

Hãy sắp xếp các đơn thức đã cho thành từng nhóm, sao cho tất cả các đơn thức *đồng dạng* thì thuộc cùng một nhóm.

Tranh luận

Ta đã biết nếu hai đơn thức một biến có cùng biến và có cùng bậc thì đồng dạng với nhau. Hỏi điều đó có còn đúng không đối với hai đơn thức hai biến (nhiều hơn một biến)?

Cộng và trừ đơn thức đồng dạng

HĐ5 Quan sát ví dụ sau:

$$2{,}5 \cdot 3^2 \cdot 5^3 + 8{,}5 \cdot 3^2 \cdot 5^3 = (2{,}5 + 8{,}5) \cdot 3^2 \cdot 5^3 = 11 \cdot 3^2 \cdot 5^3.$$

Trong ví dụ này, ta đã vận dụng tính chất gì của phép nhân để thu gọn tổng ban đầu?

HĐ6 Cho hai đơn thức đồng dạng $M = 2{,}5x^2y^3$ và $P = 8{,}5x^2y^3$. Tương tự HĐ5, hãy:

a) Thu gọn tổng $M + P$;

b) Thu gọn hiệu $M - P$.

Ta rút ra quy tắc cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng như sau:

> Muốn cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

Ví dụ 3

Cho các đơn thức $A = 3xy^2$; $B = -5xy^2$ và $C = xy^2$ là ba đơn thức đồng dạng.

Tính $A + B$; $A - B$; $A + B + C$.

Giải

$$A + B = [3 + (-5)]xy^2 = -2xy^2;$$

$$A - B = [3 - (-5)]xy^2 = 8xy^2;$$

$$A + B + C = (3 - 5 + 1)xy^2 = -xy^2.$$

Luyện tập 4

Cho các đơn thức $-x^3y$; $4x^3y$ và $-2x^3y$.

a) Tính tổng S của ba đơn thức đó.

b) Tính giá trị của tổng S tại $x = 2$; $y = -3$.

Vận dụng

Trở lại các lập luận của Tròn và Vuông trong *tình huống mở đầu*. Hãy trả lời và giải thích rõ tại sao.

BÀI TẬP

1.1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

$$-x;\ (1 + x)y^2;\ (3 + \sqrt{3})xy;\ 0;\ \frac{1}{y}x^2;\ 2\sqrt{xy}.$$

1.2. Cho các đơn thức:

$$A = 4x(-2)x^2y;\ B = 12{,}75xyz;\ C = (1 + 2 \cdot 4{,}5)x^2y\frac{1}{5}y^3;\ D = (2 - \sqrt{5})x.$$

a) Liệt kê các đơn thức thu gọn trong các đơn thức đã cho và thu gọn các đơn thức còn lại.

b) Với mỗi đơn thức nhận được, hãy cho biết hệ số, phần biến và bậc của nó.

1.3. Thu gọn rồi tính giá trị của mỗi đơn thức sau:

a) $A = (-2)x^2y\frac{1}{2}xy$ khi $x = -2$; $y = \frac{1}{2}$.

b) $B = xyz(-0,5)y^2z$ khi $x = 4$; $y = 0,5$; $z = 2$.

1.4. Sắp xếp các đơn thức sau thành từng nhóm, mỗi nhóm chứa tất cả các đơn thức đồng dạng với nhau:

$$3x^3y^2; \quad -0,2x^2y^3; \quad 7x^3y^2; \quad -4y; \quad \frac{3}{4}x^2y^3; \quad y\sqrt{2}.$$

1.5. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$S = \frac{1}{2}x^2y^5 - \frac{5}{2}x^2y^5 \text{ khi } x = -2 \text{ và } y = 1.$$

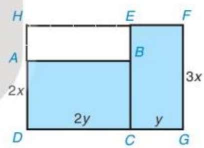
1.6. Tính tổng của bốn đơn thức:

$$2x^2y^3; \quad -\frac{3}{5}x^2y^3; \quad -14x^2y^3; \quad \frac{8}{5}x^2y^3.$$

1.7. Một mảnh đất có dạng như phần được tô màu xanh trong hình bên cùng với các kích thước được ghi trên đó. Hãy tìm đơn thức (thu gọn) với hai biến x và y biểu thị diện tích của mảnh đất đã cho bằng hai cách:

Cách 1. Tính tổng diện tích của hai hình chữ nhật *ABCD* và *EFGC*.

Cách 2. Lấy diện tích của hình chữ nhật *HFGD* trừ đi diện tích của hình chữ nhật *HEBA*.



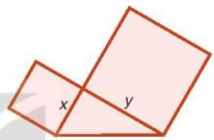
Bài 2 ĐA THỨC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đa thức, đa thức thu gọn • Hạng tử (của đa thức) • Bậc (của đa thức)	• Nhận biết các khái niệm: đa thức, hạng tử của đa thức, đa thức thu gọn và bậc của đa thức. • Thu gọn đa thức. • Tính giá trị của đa thức khi biết giá trị của các biến.

Biểu thức biểu thị diện tích của hình tạo bởi một tam giác vuông và hai hình vuông dựng trên hai cạnh góc vuông của nó (Hình 1.1) là $x^2 + y^2 + \frac{1}{2}xy$.

Đó là một ví dụ về đa thức (hai biến).

Trong bài này chúng ta sẽ tìm hiểu những khái niệm ban đầu về đa thức nhiều biến (gọi đơn giản là *đa thức*), trong đó đa thức một biến đã học chỉ là trường hợp riêng.



Hình 1.1

1 KHÁI NIỆM ĐA THỨC

Đa thức và các hạng tử của đa thức

HĐ1 Hãy nhớ lại, đa thức một biến là gì? Nêu một ví dụ về đa thức một biến.

HĐ2 Em hãy viết ra hai *đơn thức* tuỳ ý (không chứa biến, hoặc chứa từ một đến ba biến trong các biến x, y, z) rồi trao đổi với bạn ngồi cạnh để kiểm tra lại xem đã viết đúng chưa. Nếu chưa đúng, hãy cùng bạn sửa lại cho đúng.

HĐ3 Viết tổng của bốn đơn thức mà em và bạn ngồi cạnh đã viết.

Biểu thức em vừa viết cũng là một ví dụ về *đa thức*. Một cách tổng quát:

> Đa thức là tổng của những đơn thức; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

Chú ý. Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức.

Ví dụ 1 Hãy kể ra các hạng tử của đa thức $A = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 + xy - 1$.

Giải

Ta có thể viết A dưới dạng tổng của 6 đơn thức:

$$A = x^3 + (-3x^2y) + 3xy^2 + (-y^3) + xy + (-1).$$

Vậy đa thức A có 6 hạng tử là x^3, $-3x^2y$, $3xy^2$, $-y^3$, xy và -1.

Luyện tập 1

Biểu thức nào dưới đây là đa thức? Hãy chỉ rõ các hạng tử của mỗi đa thức ấy.

$3xy^2 - 1$; $x + \dfrac{1}{x}$; $\sqrt{2}\,x + \sqrt{3}\,y$; $x + \sqrt{xy} + y$.

Để đơn giản, trong bài này ta chỉ kí hiệu các biến là x, y và z.

Vận dụng

Mỗi quyển vở giá x đồng. Mỗi cái bút giá y đồng. Viết biểu thức biểu thị số tiền phải trả để mua:

a) 8 quyển vở và 7 cái bút.

b) 3 xấp vở và 2 hộp bút, biết rằng mỗi xấp vở có 10 quyển, mỗi hộp bút có 12 chiếc.

c) Mỗi biểu thức tìm được ở hai câu trên có phải là đa thức không?

2 ĐA THỨC THU GỌN

Đa thức thu gọn. Thu gọn một đa thức

1) Xét đa thức $B = 2x^2 - 3xy + x^2 - 3y^2 + 5xy$. Trong đa thức B, ta thấy có hai hạng tử $2x^2$ và x^2 là những *đơn thức đồng dạng* (còn gọi là những *hạng tử đồng dạng*). Tương tự, hai hạng tử $-3xy$ và $5xy$ cũng đồng dạng với nhau.

Trái lại, trong đa thức $A = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 + xy - 1$ không có hai hạng tử nào đồng dạng. Ta nói A là một *đa thức thu gọn*.

Đa thức thu gọn là đa thức không có hai hạng tử nào đồng dạng.

2) Với các đa thức có những hạng tử đồng dạng, ta có thể thu gọn chúng. Chẳng hạn, ta thu gọn đa thức B như sau:

$B = 2x^2 - 3xy + x^2 - 3y^2 + 5xy$

$= (2x^2 + x^2) + (-3xy + 5xy) - 3y^2 \longleftarrow$ (Đổi chỗ và nhóm các hạng tử đồng dạng)

$= 3x^2 + 2xy - 3y^2 \longleftarrow$ (Cộng các hạng tử đồng dạng trong mỗi nhóm).

Đa thức $3x^2 + 2xy - 3y^2$ nhận được gọi là *dạng thu gọn* của đa thức B.

Chú ý. Ta thường viết một đa thức dưới dạng thu gọn (nếu không có yêu cầu gì khác).

Đa thức nêu trong *tình huống mở đầu* có phải là đa thức thu gọn không?

Ví dụ 2

Thu gọn đa thức $M = x^2y - 5xy + 7xy^2 + 3x^2y + xy^2 - 4xy^2 + 2$.

Giải

Ta có: $M = (x^2y + 3x^2y) + (7xy^2 + xy^2 - 4xy^2) - 5xy + 2$

$= 4x^2y + 4xy^2 - 5xy + 2$.

Luyện tập 2

Cho đa thức $N = 5y^2z^2 - 2xy^2z + \frac{1}{3}x^4 - 2y^2z^2 + \frac{2}{3}x^4 + xy^2z$.

a) Thu gọn đa thức N.

b) Xác định hệ số và bậc của từng hạng tử (tức là bậc của từng đơn thức) trong dạng thu gọn của N.

Chú ý

- *Bậc của một đa thức* là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.
- Một số khác 0 tuỳ ý được coi là một đa thức bậc 0.
- Số 0 cũng là một đa thức, gọi là *đa thức không*. Nó không có bậc xác định.

Một đa thức thu gọn có thể có nhiều hạng tử cùng có bậc cao nhất.

Ví dụ 3

Cho đa thức $P = 3x^4 + \frac{1}{3}xyz - 3x^4 - \frac{4}{3}xyz + 2x^2y - 6z$.

a) Tìm bậc của đa thức P.

b) Tính giá trị của P khi $x = 1$; $y = 3$; $z = \frac{1}{3}$.

Khi tìm bậc của một đa thức, trước hết ta phải thu gọn đa thức đó.

Giải

a) Trước hết, ta cần thu gọn P:

$P = (3x^4 - 3x^4) + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\right)xyz + 2x^2y - 6z = -xyz + 2x^2y - 6z$.

Trong kết quả, hai hạng tử $-xyz$ và $2x^2y$ cùng có bậc 3; còn hạng tử $-6z$ có bậc 1.

Vậy bậc của P là 3.

b) Thay $x = 1$; $y = 3$; $z = \frac{1}{3}$ vào đa thức thu gọn của P, ta được

$P = -xyz + 2x^2y - 6z = -1 + 6 - 2 = 3$.

Luyện tập 3

Với mỗi đa thức sau, thu gọn (nếu cần) và tìm bậc của nó:

a) $Q = 5x^2 - 7xy + 2{,}5y^2 + 2x - 8{,}3y + 1$;

b) $H = 4x^5 - \frac{1}{2}x^3y + \frac{3}{4}x^2y^2 - 4x^5 + 2y^2 - 7$.

Tranh luận

Hãy viết một vài đa thức bậc hai thu gọn với hai biến (x và y) mà mỗi hạng tử của nó đều có hệ số bằng 1.

BÀI TẬP

1.8. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức?

$$-x^2 + 3x + 1;\ \frac{x}{\sqrt{5}};\ x - \frac{\sqrt{5}}{x};\ 2024;\ 3x^2y^2 - 5x3y + 2,4;\ \frac{1}{x^2 + x + 1}.$$

1.9. Xác định hệ số và bậc của từng hạng tử trong đa thức sau:

a) $x^2y - 3xy + 5x^2y^2 + 0,5x - 4$;   b) $x\sqrt{2} - 2xy^3 + y^3 - 7x^3y$.

1.10. Thu gọn đa thức:

a) $5x^4 - 2x^3y + 20xy^3 + 6x^3y - 3x^2y^2 + xy^3 - y^4$;

b) $0,6x^3 + x^2z - 2,7xy^2 + 0,4x^3 + 1,7xy^2$.

1.11. Thu gọn (nếu cần) và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $x^4 - 3x^2y^2 + 3xy^2 - x^4 + 1$;

b) $5x^2y + 8xy - 2x^2 - 5x^2y + x^2$.

1.12. Thu gọn rồi tính giá trị của đa thức:

$M = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y$ tại $x = 0,5$ và $y = 1$.

1.13. Cho đa thức $P = 8x^2y^2z - 2xyz + 5y^2z - 5x^2y^2z + x^2y^2 - 3x^2y^2z$.

a) Thu gọn và tìm bậc của đa thức P;

b) Tính giá trị của đa thức P tại $x = -4$; $y = 2$ và $z = 1$.

Bài 3 PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Tổng của hai đa thức • Hiệu của hai đa thức	Thực hiện các phép tính cộng, trừ đa thức.

Trong buổi sinh hoạt câu lạc bộ Toán học của lớp, hai bạn tính giá trị của hai đa thức $P = 2x^2y - xy^2 + 22$ và $Q = xy^2 - 2x^2y + 23$ tại những giá trị cho trước của x và y. Kết quả được ghi lại như bảng bên.

Ban giám khảo cho biết có một cột cho kết quả sai.

Theo em, làm thế nào để có thể nhanh chóng phát hiện cột có kết quả sai ấy?

x	1	–1	2	1
y	–1	1	1	2
P	19	25	38	22
Q	26	20	17	23

Bảng 1.1

Cộng và trừ hai đa thức

Cho hai đa thức:

$A = 5x^2y + 5x - 3$ và $B = xy - 4x^2y + 5x - 1$.

HĐ1 Thực hiện phép cộng hai đa thức A và B bằng cách tiến hành các bước sau:

- Lập tổng $A + B = (5x^2y + 5x - 3) + (xy - 4x^2y + 5x - 1)$.
- Bỏ dấu ngoặc và thu gọn đa thức nhận được.

HĐ2 Thực hiện phép trừ hai đa thức A và B bằng cách lập hiệu $A - B = (5x^2y + 5x - 3) - (xy - 4x^2y + 5x - 1)$, bỏ dấu ngoặc rồi thu gọn đa thức nhận được.

> Cộng (hay trừ) hai đa thức tức là thu gọn đa thức nhận được sau khi nối hai đa thức đã cho bởi dấu "+" (hay dấu "–").

Chú ý

- Phép cộng đa thức cũng có các tính chất giao hoán và kết hợp tương tự như phép cộng các số.
- Với A, B, C là những đa thức tuỳ ý, ta có:

$$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C);$$

Nếu $A - B = C$ thì $A = B + C$; ngược lại, nếu $A = B + C$ thì $A - B = C$.

Ví dụ Tìm tổng và hiệu của hai đa thức:

$C = 5x^2y + 5x - 3z + 2$ và $D = xyz - 4x^2y + 5x - 1$.

Giải. $C + D = (5x^2y + 5x - 3z + 2) + (xyz - 4x^2y + 5x - 1)$

$= 5x^2y + 5x - 3z + 2 + xyz - 4x^2y + 5x - 1$

$= (5x^2y - 4x^2y) + (5x + 5x) - 3z + xyz + (2 - 1)$

$= x^2y + 10x - 3z + xyz + 1$.

$C - D = (5x^2y + 5x - 3z + 2) - (xyz - 4x^2y + 5x - 1)$

$= 5x^2y + 5x - 3z + 2 - xyz + 4x^2y - 5x + 1$

$= (5x^2y + 4x^2y) + (5x - 5x) - xyz - 3z + (2 + 1)$

$= 9x^2y - xyz - 3z + 3$.

Luyện tập 1 Cho hai đa thức $G = x^2y - 3xy - 3$ và $H = 3x^2y + xy - 0{,}5x + 5$.

Hãy tính $G + H$ và $G - H$.

Luyện tập 2 Rút gọn và tính giá trị của biểu thức sau tại $x = 2$ và $y = -1$.

$K = (x^2y + 2xy^3) - (7{,}5x^3y^2 - x^3) + (3xy^3 - x^2y + 7{,}5x^3y^2)$.

Vận dụng Trở lại *tình huống mở đầu*, hãy trình bày ý kiến của em.

BÀI TẬP

1.14. Tính tổng và hiệu của hai đa thức $P = x^2y + x^3 - xy^2 + 3$ và $Q = x^3 + xy^2 - xy - 6$.

1.15. Rút gọn biểu thức:

a) $(x - y) + (y - z) + (z - x)$;

b) $(2x - 3y) + (2y - 3z) + (2z - 3x)$.

1.16. Tìm đa thức M biết $M - 5x^2 + xyz = xy + 2x^2 - 3xyz + 5$.

1.17. Cho hai đa thức $A = 2x^2y + 3xyz - 2x + 5$ và $B = 3xyz - 2x^2y + x - 4$.

a) Tìm các đa thức $A + B$ và $A - B$;

b) Tính giá trị của các đa thức A và $A + B$ tại $x = 0{,}5$; $y = -2$ và $z = 1$.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ

Cho hai đa thức:

$$A = 5x^2 - 2x^3y + 7x^3y^2 - 118;\ B = -7x^3y^2 + x^3y - 5xy^2 - 4x^2 + y.$$

a) Liệt kê các hạng tử của đa thức A, trong đó hạng tử nào có bậc cao nhất?

b) Tìm tổng $A + B$ và xác định bậc của đa thức $A + B$;

c) Tìm hiệu $A - B$ và tính giá trị của hiệu tại $x = 1$ và $y = -2$.

Giải

a) Đa thức A có bốn hạng tử là $5x^2, -2x^3y, 7x^3y^2, -118$.

Hạng tử có bậc cao nhất trong A là $7x^3y^2$.

b) $A + B = (5x^2 - 2x^3y + 7x^3y^2 - 118) + (-7x^3y^2 + x^3y - 5xy^2 - 4x^2 + y)$

$= (5x^2 - 4x^2) + (-2x^3y + x^3y) + (7x^3y^2 - 7x^3y^2) - 118 - 5xy^2 + y$

$= x^2 - x^3y - 5xy^2 + y - 118.$

Hạng tử có bậc cao nhất của $A + B$ là $-x^3y$ có bậc bốn, vậy đa thức $A + B$ là đa thức bậc bốn.

c) $A - B = (5x^2 - 2x^3y + 7x^3y^2 - 118) - (-7x^3y^2 + x^3y - 5xy^2 - 4x^2 + y)$

$= 5x^2 - 2x^3y + 7x^3y^2 - 118 + 7x^3y^2 - x^3y + 5xy^2 + 4x^2 - y$

$= (5x^2 + 4x^2) + (-2x^3y - x^3y) + (7x^3y^2 + 7x^3y^2) - 118 + 5xy^2 - y.$

$= 9x^2 - 3x^3y + 14x^3y^2 + 5xy^2 - y - 118.$

Tại $x = 1$ và $y = -2$, đa thức $A - B$ có giá trị bằng:

$9 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1^3 \cdot (-2) + 14 \cdot 1^3 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot 1 \cdot (-2)^2 - (-2) - 118$

$= 9 + 6 + 56 + 20 + 2 - 118 = -25.$

BÀI TẬP

1.18. Cho các biểu thức:

$\frac{4}{5}x$; $\quad (\sqrt{2} - 1)xy$; $\quad -3xy^2$; $\quad \frac{1}{2}x^2y$; $\quad \frac{1}{x}y^3$;

$-xy + \sqrt{2}$; $\quad -\frac{3}{2}x^2y$; $\quad \frac{\sqrt{x}}{5}$.

a) Trong các biểu thức đã cho, biểu thức nào là đơn thức? Biểu thức nào không là đơn thức?

b) Hãy chỉ ra hệ số và phần biến của mỗi đơn thức đã cho.

c) Viết tổng tất cả các đơn thức trên để được một đa thức. Xác định bậc của đa thức đó.

1.19. Trong một khách sạn có hai bể bơi dạng hình hộp chữ nhật. Bể thứ nhất có chiều sâu là 1,2 m, đáy là hình chữ nhật có chiều dài x mét, chiều rộng y mét. Bể thứ hai có chiều sâu là 1,5 m, hai kích thước đáy gấp 5 lần hai kích thước đáy của bể thứ nhất.

a) Hãy tìm đơn thức (hai biến x và y) biểu thị số mét khối nước cần có để bơm đầy cả hai bể bơi.

b) Tính lượng nước bơm đầy hai bể nếu $x = 5$ m, $y = 3$ m.

1.20. Tìm bậc của mỗi đa thức sau rồi tính giá trị của chúng tại $x = 1$; $y = -2$:

$$P = 5x^4 - 3x^3y + 2xy^3 - x^3y + 2y^4 - 7x^2y^2 - 2xy^3;$$

$$Q = x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - x^3.$$

1.21. Cho hai đa thức:

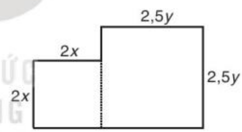
$$A = 7xyz^2 - 5xy^2z + 3x^2yz - xyz + 1;\ B = 7x^2yz - 5xy^2z + 3xyz^2 - 2.$$

a) Tìm đa thức C sao cho $A - C = B$;

b) Tìm đa thức D sao cho $A + D = B$;

c) Tìm đa thức E sao cho $E - A = B$.

1.22. Từ một miếng bìa, người ta cắt ra hai hình tròn có bán kính x centimét và y centimét. Tìm biểu thức biểu thị diện tích phần còn lại của miếng bìa, nếu biết miếng bìa có hình dạng gồm hai hình vuông ghép lại và có kích thước (centimét) như Hình 1.2. Biểu thức đó có phải là một đa thức không? Nếu phải thì đó là đa thức bậc mấy?



Hình 1.2

1.23. Cho ba đa thức:

$$M = 3x^3 - 4x^2y + 3x - y;\ N = 5xy - 3x + 2;\ P = 3x^3 + 2x^2y + 7x - 1.$$

Tính $M + N - P$ và $M - N - P$.

Bài 4 PHÉP NHÂN ĐA THỨC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Tích hai đa thức	• Thực hiện phép tính nhân đơn thức với đa thức và nhân đa thức với đa thức. • Biến đổi, thu gọn biểu thức đại số có sử dụng phép nhân đa thức.

Giả sử độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật được biểu thị bởi $M = x + 3y + 2$ và $N = x + y$. Khi đó, diện tích của hình chữ nhật được biểu thị bởi

$$MN = (x + 3y + 2)(x + y).$$

Trong tình huống này, ta phải nhân hai đa thức M và N. Phép nhân đó được thực hiện như thế nào và kết quả có phải là một đa thức hay không?

Bài học này sẽ cho các em câu trả lời cho các câu hỏi đó.

1 NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC

Nhân hai đơn thức

Để nhân hai đơn thức $8x^2yz$ và $-\frac{1}{4}xy$, ta làm như sau:

$$8x^2yz \cdot \left(-\frac{1}{4}xy\right) = 8 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (x^2yz)(xy) = (-2) \cdot x^3y^2z = -2x^3y^2z.$$

Qua ví dụ trên, ta có thể nói:

> Muốn nhân hai đơn thức, ta nhân hai hệ số với nhau và nhân hai phần biến với nhau.

Ví dụ 1 Thực hiện phép nhân $\left(-\frac{1}{3}xy^3\right) \cdot (9x^2yz)$.

Giải

$$\left(-\frac{1}{3}xy^3\right) \cdot (9x^2yz) = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 9 \cdot (xy^3)(x^2yz) = -3x^3y^4z.$$

Luyện tập 1 Nhân hai đơn thức:

a) $3x^2$ và $2x^3$; b) $-xy$ và $4z^3$; c) $6xy^3$ và $-0,5x^2$.

Nhân đơn thức với đa thức

HĐ1 Hãy nhớ lại quy tắc nhân đơn thức với đa thức trong trường hợp chúng có một biến bằng cách thực hiện phép nhân $(5x^2) \cdot (3x^2 - x - 4)$.

HĐ2 Bằng cách tương tự, hãy làm phép nhân $(5x^2y) \cdot (3x^2y - xy - 4y)$.

Ta rút ra quy tắc sau:

> Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

Tích của một đơn thức với một đa thức cũng là một đa thức.

Ví dụ 2 Thực hiện phép nhân: $(-4xy) \cdot (2x^2 + xy - y^2)$.

Giải. $(-4xy) \cdot (2x^2 + xy - y^2) = (-4xy)(2x^2) + (-4xy)(xy) + (-4xy)(-y^2)$

$$= (-4) \cdot 2(xy)x^2 - 4(xy)(xy) + 4(xy)y^2$$

$$= -8x^3y - 4x^2y^2 + 4xy^3.$$

Luyện tập 2 Làm tính nhân:

a) $(xy) \cdot (x^2 + xy - y^2)$; b) $(xy + yz + zx) \cdot (-xyz)$.

Vận dụng Rút gọn biểu thức: $x^3(x + y) - x(x^3 + y^3)$.

2 NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

Nhân hai đa thức

HĐ3 Hãy nhớ lại quy tắc nhân hai đa thức một biến bằng cách thực hiện phép nhân:

$$(2x + 3) \cdot (x^2 - 5x + 4).$$

HĐ4 Bằng cách tương tự, hãy thử làm phép nhân $(2x + 3y) \cdot (x^2 - 5xy + 4y^2)$.

Ta rút ra quy tắc *nhân hai đa thức* như sau:

> Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

Chú ý

- Phép nhân đa thức cũng có các tính chất tương tự phép nhân các số như:

  $A \cdot B = B \cdot A$ (giao hoán); $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ (kết hợp);

  $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$ (phân phối đối với phép cộng).

- Nếu A, B, C là những đa thức tuỳ ý thì $A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.

Ví dụ 3

Trở lại *tình huống mở đầu*, ta thực hiện phép nhân như sau:

$$(x + 3y + 2)(x + y) = x^2 + xy + 3xy + 3y^2 + 2x + 2y$$
$$= x^2 + 4xy + 3y^2 + 2x + 2y.$$

Ta thấy kết quả cũng là một đa thức.

Tích của hai đa thức cũng là một đa thức.

Ví dụ 4 Rút gọn biểu thức: $(x + y)(2x - y) - (x - y)(2x + y)$.

Giải

Biểu thức đã cho có dạng $A - B$, trong đó $A = (x + y)(2x - y)$ và $B = (x - y)(2x + y)$.

Ta rút gọn riêng từng biểu thức A và B:

- $A = (x + y)(2x - y) = 2x^2 - xy + 2xy - y^2 = 2x^2 + xy - y^2$;
- $B = (x - y)(2x + y) = 2x^2 + xy - 2xy - y^2 = 2x^2 - xy - y^2$.

Từ đó ta có: $(x + y)(2x - y) - (x - y)(2x + y) = A - B$

$$= (2x^2 + xy - y^2) - (2x^2 - xy - y^2) = 2x^2 + xy - y^2 - 2x^2 + xy + y^2 = 2xy.$$

Luyện tập 3 Thực hiện phép nhân:

a) $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$; b) $(x^2y^2 - 3)(3 + x^2y^2)$.

Thử thách nhỏ

Xét biểu thức đại số với hai biến k và m sau:

$$P = (2k - 3)(3m - 2) - (3k - 2)(2m - 3).$$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Chứng minh rằng tại mọi giá trị nguyên của k và m, giá trị của biểu thức P luôn là một số nguyên chia hết cho 5.

Hãy viết P dưới dạng $P = 5n$, trong đó n là một số nguyên nào đó.

BÀI TẬP

1.24. Nhân hai đơn thức:

a) $5x^2y$ và $2xy^2$; b) $\frac{3}{4}xy$ và $8x^3y^2$; c) $1,5xy^2z^3$ và $2x^3y^2z$.

1.25. Tìm tích của đơn thức với đa thức:

a) $(-0,5)xy^2(2xy - x^2 + 4y)$; b) $\left(x^3y - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}xy\right)6xy^3$.

1.26. Rút gọn biểu thức: $x(x^2 - y) - x^2(x + y) + xy(x - 1)$.

1.27. Làm tính nhân:

a) $(x^2 - xy + 1)(xy + 3)$; b) $\left(x^2y^2 - \frac{1}{2}xy + 2\right)(x - 2y)$.

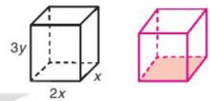
1.28. Rút gọn biểu thức sau để thấy rằng giá trị của nó không phụ thuộc vào giá trị của biến: $(x - 5)(2x + 3) - 2x(x - 3) + x + 7$.

1.29. Chứng minh đẳng thức sau: $(2x + y)(2x^2 + xy - y^2) = (2x - y)(2x^2 + 3xy + y^2)$.

Bài 5 PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Đa thức A chia hết cho đa thức B	• Chia đơn thức cho đơn thức (trường hợp chia hết). • Chia đa thức cho đơn thức (trường hợp chia hết).

Cho hai khối hộp chữ nhật: khối hộp thứ nhất có ba kích thước là x, $2x$ và $3y$; khối hộp thứ hai có diện tích đáy là $2xy$. Tính chiều cao (cạnh bên) của khối hộp thứ hai, biết rằng hai khối hộp có cùng thể tích.



Trong bài toán này, thể tích của khối hộp thứ nhất là $V = x \cdot 2x \cdot 3y = 6x^2y$. Vì hai khối hộp có cùng thể tích nên đó cũng là thể tích của khối hộp thứ hai. Do đó, để tính chiều cao của khối hộp thứ hai, ta cần chia $6x^2y$ cho $2xy$.

Học xong bài này các em không những sẽ thực hiện được phép chia đó mà hơn nữa, còn biết cách chia một đa thức cho một đơn thức.

1 CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC

Cho hai đa thức A và B với $B \neq 0$ (tức là B khác đa thức 0). Tương tự đối với đa thức một biến, ta nói đa thức A *chia hết cho* đa thức B nếu có đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$.

Khi đó ta viết $A : B = Q$, hoặc $\frac{A}{B} = Q$.

Dưới đây, ta chỉ xét phép chia hết cho một đơn thức.

Chia một đơn thức cho một đơn thức

HĐ1 Hãy nhớ lại cách chia đơn thức cho đơn thức trong trường hợp chúng có cùng một biến và hoàn thành các yêu cầu sau:

a) Thực hiện phép chia $6x^3 : 3x^2$.

b) Với $a, b \in \mathbb{R}$ và $b \neq 0$; $m, n \in \mathbb{N}$, hãy cho biết:

- Khi nào thì ax^m chia hết cho bx^n.
- Nhắc lại cách thực hiện phép chia ax^m cho bx^n.

HĐ2 Với mỗi trường hợp sau, hãy đoán xem đơn thức A có chia hết cho đơn thức B không; nếu chia hết, hãy tìm thương của phép chia A cho B và giải thích cách làm:

a) $A = 6x^3y$, $B = 3x^2y$;

b) $A = x^2y$, $B = xy^2$.

Hãy lần lượt chia: hệ số cho hệ số, luỹ thừa của mỗi biến trong A cho luỹ thừa của cùng biến đó trong B.

Ta có kết luận sau đây:

a) Đơn thức A chia hết cho đơn thức B ($B \neq 0$) khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A.

b) Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp chia hết), ta làm như sau:

- Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B;
- Chia luỹ thừa của từng biến trong A cho luỹ thừa của cùng biến đó trong B;
- Nhân các kết quả tìm được với nhau.

Ví dụ 1

Cho đơn thức $A = 5x^2yz^3$.

a) Giải thích tại sao A *không chia hết* cho $B = x^2y^2z^2$;

b) Giải thích tại sao A *chia hết* cho $C = -2x^2z^2$. Tìm thương của phép chia $A : C$.

Giải

a) Ta thấy số mũ của y trong B là 2, lớn hơn số mũ của y trong A (là 1). Do đó, A không chia hết cho B.

b) A chia hết cho C vì số mũ của các biến x và z trong C cùng bằng 2, không lớn hơn số mũ của x (bằng 2) và z (bằng 3) trong A. Ta có:

$$A : C = 5x^2yz^3 : (-2x^2z^2) = -\frac{5}{2}yz.$$

Luyện tập 1

Trong các phép chia sau đây, phép chia nào *không* là phép chia hết? Tại sao? Tìm thương của các phép chia còn lại:

a) $-15x^2y^2$ chia cho $3x^2y$; b) $6xy$ chia cho $2yz$; c) $4xy^3$ chia cho $6xy^2$.

Vận dụng 1

Giải *bài toán mở đầu*.

2 CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Chia một đa thức cho một đơn thức

Dưới đây là quy tắc chia một đa thức cho một đơn thức trong trường hợp mọi hạng tử của đa thức đều chia hết cho đơn thức:

- Đa thức A *chia hết* cho đơn thức B nếu mọi hạng tử của A đều chia hết cho B.
- Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp chia hết), ta chia từng hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

Ví dụ 2

Thực hiện phép chia $(15x^2y^4 - 4x^3y^3 + 20x^2y) : 5x^2y$.

Giải

$$\begin{aligned}(15x^2y^4 - 4x^3y^3 + 20x^2y) : 5x^2y &= (15x^2y^4 : 5x^2y) + (-4x^3y^3 : 5x^2y) + (20x^2y : 5x^2y)\\ &= 3y^3 - \frac{4}{5}xy^2 + 4.\end{aligned}$$

Luyện tập 2

Làm tính chia $(6x^4y^3 - 8x^3y^4 + 3x^2y^2) : 2xy^2$.

Vận dụng 2

Tìm đa thức A sao cho $A \cdot (-3xy) = 9x^3y + 3xy^3 - 6x^2y^2$.

BÀI TẬP

1.30. a) Tìm đơn thức M, biết rằng $\frac{7}{3}x^3y^2 : M = 7xy^2$.

b) Tìm đơn thức N sao cho $N : 0{,}5xy^2z = -xy$.

1.31. Cho đa thức $A = 9xy^4 - 12x^2y^3 + 6x^3y^2$. Với mỗi trường hợp sau đây, xét xem A có chia hết cho đơn thức B hay không? Thực hiện phép chia trong trường hợp A chia hết cho B.

a) $B = 3x^2y$;   b) $B = -3xy^2$.

1.32. Thực hiện phép chia $(7y^5z^2 - 14y^4z^3 + 2{,}1y^3z^4) : (-7y^3z^2)$.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1 Rút gọn biểu thức $T = (5xy - 4y^2)(3x^2 + 4xy) - 15xy(x + y)(x - y)$.

Tìm đa thức D sao cho $T : D = xy^2$.

Giải

Ta có: $T = (5xy - 4y^2)(3x^2 + 4xy) - 15xy(x + y)(x - y)$

$= 5xy \cdot 3x^2 + 5xy \cdot 4xy + (-4y^2) \cdot 3x^2 + (-4y^2) \cdot 4xy - 15xy\,(x^2 - xy + xy - y^2)$

$= 15x^3y + 20x^2y^2 - 12x^2y^2 - 16xy^3 - 15xy(x^2 - y^2)$

$= 15x^3y + 20x^2y^2 - 12x^2y^2 - 16xy^3 - 15x^3y + 15xy^3$

$= (15x^3y - 15x^3y) + (20x^2y^2 - 12x^2y^2) - (16xy^3 - 15xy^3)$

$= 8x^2y^2 - xy^3$.

Đẳng thức $T : D = xy^2$ cũng có nghĩa là $T : xy^2 = D$, suy ra $D = (8x^2y^2 - xy^3) : xy^2 = 8x - y$.

Ví dụ 2 Cho đa thức $A = 2x^2y^2 - 5xy^3$ và đơn thức $B = 3x^my^2$ (với $m \in \mathbb{N}$).

a) Tìm số nguyên dương m sao cho đa thức A chia hết cho đơn thức B.

b) Với giá trị tìm được của m ở câu a, hãy thực hiện phép chia $A : B$.

Giải

a) Để mọi hạng tử của đa thức A đều chia hết cho B, ta cần có:

Số mũ của x trong B nhỏ hơn hoặc bằng số mũ của x trong mọi hạng tử của A; tức là phải có $m \leq 2$ và $m \leq 1$. Số nguyên dương m duy nhất thoả mãn điều này là $m = 1$.

b) Khi $m = 1$, ta có $B = 3xy^2$ và phép chia $A : B$ trở thành

$$(2x^2y^2 - 5xy^3) : 3xy^2 = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}y.$$

BÀI TẬP

1.33. Cho biểu thức $P = 5x(3x^2y - 2xy^2 + 1) - 3xy(5x^2 - 3xy) + x^2y^2$.

a) Bằng cách thu gọn, chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức P chỉ phụ thuộc vào biến x mà không phụ thuộc vào biến y.

b) Tìm giá trị của x sao cho $P = 10$.

1.34. Rút gọn biểu thức: $(3x^2 - 5xy - 4y^2) \cdot (2x^2 + y^2) + (2x^4y - x^3y^3 - x^2y^4) : \left(\frac{1}{5}xy\right)$.

1.35. Bà Khanh dự định mua x hộp sữa, mỗi hộp giá y đồng. Nhưng khi đến cửa hàng, bà Khanh thấy giá sữa đã giảm 1 500 đồng mỗi hộp nên quyết định mua thêm 3 hộp nữa.

Tìm đa thức biểu thị số tiền bà Khanh phải trả cho tổng số hộp sữa đã mua.

1.36. a) Tìm đơn thức B nếu $4x^3y^2 : B = -2xy$.

b) Với đơn thức B tìm được ở câu a, hãy tìm đơn thức H để

$$(4x^3y^2 - 3x^2y^3) : B = -2xy + H.$$

1.37. a) Tìm đơn thức C nếu $5xy^2 \cdot C = 10x^3y^3$.

b) Với đơn thức C tìm được ở câu a, hãy tìm đơn thức K sao cho

$$(K + 5xy^2) \cdot C = 6x^4y + 10x^3y^3.$$

1.38. Chuyện rằng Rùa chạy đua với Thỏ. Thỏ chạy nhanh gấp 60 lần rùa, nhưng chỉ sau t phút chạy, Thỏ đã dừng lại mặc dù chưa đến đích. Do mải chơi, Thỏ không biết rằng Rùa vẫn cần mẫn chạy liên tục trong $90t$ phút và đến đích trước Thỏ.

a) Gọi v (m/phút) là vận tốc chạy của Rùa. Hãy viết các đơn thức biểu thị quãng đường mà Thỏ và Rùa đã chạy.

b) Hỏi Rùa đã chạy được quãng đường dài gấp bao nhiêu lần quãng đường Thỏ đã chạy?

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

A. TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng trong mỗi câu sau:

1.39. Đơn thức $-2^3x^2yz^3$ có

A. hệ số -2, bậc 8.
B. hệ số -2^3, bậc 5.
C. hệ số -1, bậc 9.
D. hệ số -2^3, bậc 6.

1.40. Gọi T là tổng, H là hiệu của hai đa thức $3x^2y - 2xy^2 + xy$ và $-2x^2y + 3xy^2 + 1$. Khi đó:

A. $T = x^2y - xy^2 + xy + 1$ và $H = 5x^2y - 5xy^2 + xy - 1$.

B. $T = x^2y + xy^2 + xy + 1$ và $H = 5x^2y - 5xy^2 + xy - 1$.

C. $T = x^2y + xy^2 + xy + 1$ và $H = 5x^2y - 5xy^2 - xy - 1$.

D. $T = x^2y + xy^2 + xy - 1$ và $H = 5x^2y + 5xy^2 + xy - 1$.

1.41. Tích của hai đơn thức $6x^2yz$ và $-2y^2z^2$ là đơn thức

A. $4x^2y^3z^3$.
B. $-12x^2y^3z^3$.
C. $-12x^3y^3z^3$.
D. $4x^3y^3z^3$.

1.42. Khi chia đa thức $8x^3y^2 - 6x^2y^3$ cho đơn thức $-2xy$, ta được kết quả là

A. $-4x^2y + 3xy^2$.
B. $-4xy^2 + 3x^2y$.
C. $-10x^2y + 4xy^2$.
D. $-10x^2y + 4xy^2$.

B. TỰ LUẬN

1.43. Một *đa thức hai biến bậc hai* thu gọn có thể có nhiều nhất

a) bao nhiêu hạng tử bậc hai? Cho ví dụ.

b) bao nhiêu hạng tử bậc nhất? Cho ví dụ.

c) bao nhiêu hạng tử khác 0? Cho ví dụ.

1.44. Cho biểu thức $3x^3(x^5 - y^5) + y^5(3x^3 - y^3)$.

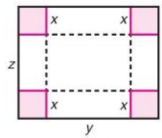
a) Rút gọn biểu thức đã cho.

b) Tính giá trị của biểu thức đã cho nếu biết $y^4 = x^4\sqrt{3}$.

1.45. Rút gọn biểu thức:

$$\frac{1}{4}(2x^2 + y)(x - 2y^2) + \frac{1}{4}(2x^2 - y)(x + 2y^2).$$

1.46. Bạn Thành dùng một miếng bìa hình chữ nhật để làm một chiếc hộp (không nắp) bằng cách cắt bốn hình vuông cạnh x cm ở bốn góc (H.1.3) rồi gấp lại. Biết rằng miếng bìa có chiều dài là y cm, chiều rộng là z cm.



Hình 1.3

Tìm đa thức (ba biến x, y, z) biểu thị thể tích của chiếc hộp. Xác định bậc của đa thức đó.

1.47. Biết rằng D là một đơn thức sao cho $-2x^3y^4 : D = xy^2$. Hãy tìm thương của phép chia:

$$(10x^5y^2 - 6x^3y^4 + 8x^2y^5) : D.$$

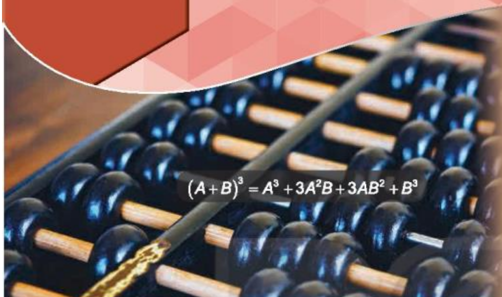
1.48. Làm phép chia sau theo hướng dẫn:

$$[8x^3(2x-5)^2 - 6x^2(2x-5)^3 + 10x(2x-5)^2] : 2x(2x-5)^2.$$

Hướng dẫn: Đặt $y = 2x - 5$.

Chương II
HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ VÀ ỨNG DỤNG

ĐẠI SỐ



Ta có thể sử dụng nhiều tính chất đại số để tính toán nhanh hơn, chẳng hạn dùng hằng đẳng thức để tính nhanh giá trị của $2023^2 - 2022^2$. Em có biết làm thế nào để tính nhanh biểu thức này không?

Bài 6 HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG. BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hằng đẳng thức • Hiệu hai bình phương • Bình phương của một tổng • Bình phương của một hiệu	• Nhận biết hằng đẳng thức. • Mô tả hằng đẳng thức hiệu hai bình phương, bình phương của một tổng, bình phương của một hiệu. • Vận dụng ba hằng đẳng thức này để tính nhanh, rút gọn biểu thức.

Trong một trò chơi trí tuệ trên truyền hình dành cho học sinh, người dẫn chương trình yêu cầu các bạn học sinh cho biết kết quả phép tính $198 \cdot 202$. Ngay lập tức một bạn đã chỉ ra kết quả đúng. Bạn ấy tính như thế nào mà nhanh thế nhỉ?

1 HẰNG ĐẲNG THỨC

Nhận biết hằng đẳng thức

Hằng đẳng thức còn gọi là đồng nhất thức.

Ta có $(a+1) \cdot b = a \cdot b + b$.

Trong đẳng thức trên, khi thay *a, b*,... bởi bất kì giá trị số nào thì hai vế của đẳng thức luôn nhận giá trị bằng nhau, ta gọi đẳng thức như vậy là *hằng đẳng thức*.

Tổng quát ta có

> Hằng đẳng thức là đẳng thức mà hai vế luôn cùng nhận một giá trị khi thay các chữ trong đẳng thức bằng các số tùy ý.

Ví dụ 1 Các đẳng thức thường gặp

$a + b = b + a$; $a \cdot b = b \cdot a$; $a(b + c) = ab + ac$

là những hằng đẳng thức.

Ví dụ 2 Đẳng thức nào sau đây là hằng đẳng thức?

a) $a(a - 2) = a^2 - 2a$; b) $a^2 - 1 = 3a$.

Giải

a) Đẳng thức $a(a - 2) = a^2 - 2a$ là hằng đẳng thức.

b) Đẳng thức $a^2 - 1 = 3a$ không là hằng đẳng thức (vì khi ta thay $a = 1$ thì hai vế của đẳng thức không bằng nhau).

Luyện tập 1

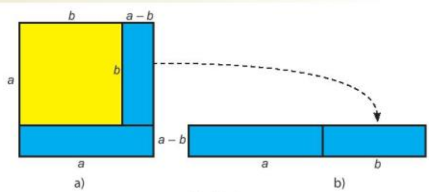
Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào là hằng đẳng thức?

a) $a(a+2b) = a^2 + 2ab$; b) $a + 1 = 3a - 1$.

2 HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG

Hiệu hai bình phương

HĐ1 Quan sát Hình 2.1.



Hình 2.1

a) Tính diện tích của phần hình màu xanh ở Hình 2.1a.

b) Tính diện tích hình chữ nhật màu xanh ở Hình 2.1b.

c) Có nhận xét gì về diện tích của hai hình ở câu a và câu b?

HĐ2 Với hai số a, b bất kì, thực hiện phép tính $(a+b)\cdot(a-b)$.

Từ đó rút ra liên hệ giữa $a^2 - b^2$ và $(a+b)(a-b)$.

Với A, B là hai biểu thức tuỳ ý, ta cũng có:

$$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B).$$

Ví dụ 3 a) Tính nhanh $101^2 - 99^2$; b) Viết $x^2 - 4$ dưới dạng tích.

Giải

a) $101^2 - 99^2 = (101-99)(101+99) = 2\cdot 200 = 400.$

b) $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x-2)(x+2).$

Luyện tập 2

a) Tính nhanh $99^2 - 1$; b) Viết $x^2 - 9$ dưới dạng tích.

Vận dụng *Ở bài toán mở đầu*, em hãy giải thích xem bạn đó tính nhanh như thế nào.

3 BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG

Bình phương của một tổng

HĐ3 Với hai số a, b bất kì, thực hiện phép tính $(a+b)\cdot(a+b)$.

Từ đó rút ra liên hệ giữa $(a+b)^2$ và $a^2 + 2ab + b^2$.

Với A, B là hai biểu thức tuỳ ý, ta có:

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2.$$

Ta nói *khai triển* $(A+B)^2$ được biểu thức $A^2 + 2AB + B^2$

Ví dụ 4 a) Tính nhanh 101^2; b) Khai triển $(2x+y)^2$.

Giải

a) $101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2\cdot 100 + 1^2$

$= 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201.$

b) $(2x+y)^2 = (2x)^2 + 2\cdot 2x\cdot y + y^2 = 4x^2 + 4xy + y^2.$

Ví dụ 5 Viết biểu thức $x^2 + 4xy + 4y^2$ dưới dạng bình phương của một tổng.

Giải

$x^2 + 4xy + 4y^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = (x + 2y)^2.$

Luyện tập 3

1. Khai triển $(2b + 1)^2$.

2. Viết biểu thức $9y^2 + 6yx + x^2$ dưới dạng bình phương của một tổng.

4 BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT HIỆU

Bình phương của một hiệu

HĐ4 Với hai số a, b bất kì, viết $a - b = a + (-b)$ và áp dụng hằng đẳng thức bình phương của một tổng để tính $(a - b)^2$.

Với A, B là hai biểu thức tuỳ ý, ta có:

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

Ví dụ 6

a) Tính nhanh 99^2;

b) Khai triển $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$.

Giải

a) $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 + 1 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801.$

b) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = x^2 - 3x + \frac{9}{4}.$

Luyện tập 4

Khai triển $(3x - 2y)^2$.

Vận dụng

Trong trò chơi "Ai thông minh hơn học sinh lớp 8", người dẫn chương trình yêu cầu các bạn học sinh cho biết kết quả của phép tính $1\,002^2$. Chỉ vài giây sau, Nam đã tính ra kết quả chính xác và giành được điểm. Em hãy giải thích xem Nam đã tính nhanh như thế nào.

BÀI TẬP

2.1. Những đẳng thức nào sau đây là hằng đẳng thức?

a) $x+2=3x+1$;

b) $2x(x+1)=2x^2+2x$;

c) $(a+b)a=a^2+ba$;

d) $a-2=2a+1$.

2.2. Thay $\boxed{?}$ bằng biểu thức thích hợp.

a) $(x-3y)(x+3y)=x^2-\boxed{?}$;

b) $(2x-y)(2x+y)=4\boxed{?}-y^2$.

c) $x^2+8xy+\boxed{?}=(\boxed{?}+4y)^2$;

d) $\boxed{?}-12xy+9y^2=(2x-\boxed{?})^2$.

2.3. Tính nhanh:

a) $54 \cdot 66$;

b) 203^2.

2.4. Viết các biểu thức sau dưới dạng bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) x^2+4x+4;

b) $16a^2-16ab+4b^2$.

2.5. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(x-3y)^2-(x+3y)^2$;

b) $(3x+4y)^2+(4x-3y)^2$.

2.6. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n, ta có:

$(n+2)^2-n^2$ chia hết cho 4.

Bài 7 LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Lập phương của một tổng • Lập phương của một hiệu	• Mô tả các hằng đẳng thức: lập phương của một tổng và lập phương của một hiệu. • Vận dụng hai hằng đẳng thức này để khai triển, rút gọn biểu thức.

Chúng mình đã biết công thức

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,

còn công thức tính $(a+b)^3$ thì sao nhỉ?

1 LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG

Lập phương của một tổng

HĐ1 Với hai số a, b bất kì, thực hiện phép tính

$$(a+b)\cdot(a+b)^2.$$

Từ đó rút ra liên hệ giữa $(a+b)^3$ và $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Với A, B là hai biểu thức tuỳ ý, ta có:

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3.$$

Ví dụ 1 Khai triển:

a) $(x+2)^3$; b) $(2x+y)^3$.

Giải

a) $(x+2)^3 = x^3 + 3\cdot x^2\cdot 2 + 3\cdot x\cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$.

b) $(2x+y)^3 = (2x)^3 + 3\cdot(2x)^2\cdot y + 3\cdot 2x\cdot y^2 + y^3 = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$.

Luyện tập 1

1. Khai triển:

a) $(x+3)^3$;   b) $(x+2y)^3$.

2. Rút gọn biểu thức $(2x+y)^3-8x^3-y^3$.

Ví dụ 2 Viết biểu thức $1+6x+12x^2+8x^3$ dưới dạng lập phương của một tổng.

Giải

$1+6x+12x^2+8x^3=1+3\cdot1^2\cdot2x+3\cdot1\cdot(2x)^2+(2x)^3=(1+2x)^3$.

Luyện tập 2

Viết biểu thức $x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$ dưới dạng lập phương của một tổng.

2 LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT HIỆU

Lập phương của một hiệu

HĐ2 Với hai số a, b bất kì, viết $a-b=a+(-b)$ và áp dụng hằng đẳng thức lập phương của một tổng để tính $(a-b)^3$.

Từ đó rút ra liên hệ giữa $(a-b)^3$ và $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

Với A, B là hai biểu thức tuỳ ý, ta có:

$$(A-B)^3=A^3-3A^2B+3AB^2-B^3.$$

Ta có thể tìm được hằng đẳng thức bên bằng cách thực hiện phép nhân $(A-B)\cdot(A-B)^2$.

Ví dụ 3 Khai triển:

a) $(x-1)^3$;   b) $(x-2y)^3$.

Giải

a) $(x-1)^3=x^3-3\cdot x^2\cdot1+3\cdot x\cdot1^2-1^3=x^3-3x^2+3x-1$.

b) $(x-2y)^3=x^3-3\cdot x^2\cdot2y+3\cdot x\cdot(2y)^2-(2y)^3=x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$.

Luyện tập 3 Khai triển $(2x-y)^3$.

Ví dụ 4 Viết biểu thức sau dưới dạng lập phương của một hiệu

$$27-27x+9x^2-x^3.$$

Giải

$$27-27x+9x^2-x^3=3^3-3\cdot3^2\cdot x+3\cdot3\cdot x^2-x^3=(3-x)^3.$$

Luyện tập 4 Viết biểu thức sau dưới dạng lập phương của một hiệu

$$8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3.$$

Vận dụng Rút gọn biểu thức

$$(x-y)^3+(x+y)^3.$$

BÀI TẬP

2.7. Khai triển:

a) $(x^2+2y)^3$;

b) $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^3$.

2.8. Viết các biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hoặc một hiệu.

a) $27+54x+36x^2+8x^3$;

b) $64x^3+144x^2y+108xy^2+27y^3$.

2.9. Tính nhanh giá trị của biểu thức:

a) $x^3+9x^2+27x+27$ tại $x=7$;

b) $27-54x+36x^2-8x^3$ tại $x=6,5$.

2.10. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(x-2y)^3+(x+2y)^3$;

b) $(3x+2y)^3+(3x-2y)^3$.

2.11. Chứng minh $(a-b)^3=-(b-a)^3$.

Bài 8 TỔNG VÀ HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Tổng hai lập phương • Hiệu hai lập phương	• Mô tả các hằng đẳng thức: tổng, hiệu hai lập phương. • Vận dụng hai hằng đẳng thức này để rút gọn biểu thức hay viết biểu thức dưới dạng tích.

1 TỔNG HAI LẬP PHƯƠNG

Tổng hai lập phương

HĐ1 Với hai số a, b bất kì, thực hiện phép tính $(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)$.

Từ đó rút ra liên hệ giữa a^3+b^3 và $(a+b)(a^2-ab+b^2)$.

Với A, B là hai biểu thức tuỳ ý, ta có:

$$A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2).$$

Ví dụ 1 Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a) x^3+8; b) $8x^3+y^3$.

Giải

a) $x^3+8=x^3+2^3=(x+2)(x^2-2x+4)$.

b) $8x^3+y^3=(2x)^3+y^3=(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$.

Ví dụ 2 Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(x+3)(x^2-3x+9)-x^3$;

b) $(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)-y^3-26x^3$.

Giải

a) $(x+3)(x^2-3x+9)-x^3=x^3+3^3-x^3=(x^3-x^3)+27=27.$

b) $(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)-y^3-26x^3=(3x)^3+y^3-y^3-26x^3$

$=(27x^3-26x^3)+(y^3-y^3)=x^3.$

Luyện tập 1

1. Viết x^3+27 dưới dạng tích.

2. Rút gọn biểu thức $x^3+8y^3-(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$.

2 HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG

Hiệu hai lập phương

HĐ2 Với hai số bất kì, viết $a^3-b^3=a^3+(-b)^3$ và sử dụng hằng đẳng thức tổng hai lập phương để tính $a^3+(-b)^3$.

Từ đó rút ra liên hệ giữa a^3-b^3 và $(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

Với A, B là hai biểu thức tuỳ ý, ta có:

$$A^3-B^3=(A-B)(A^2+AB+B^2).$$

Ví dụ 3 Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a) x^3-1;

b) $8x^3-y^3$.

Giải

a) $x^3-1=x^3-1^3=(x-1)(x^2+x+1).$

b) $8x^3-y^3=(2x)^3-y^3=(2x-y)(4x^2+2xy+y^2).$

Ví dụ 4 Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(x-3)(x^2+3x+9)-x^3$;

b) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)+y^3-7x^3$.

Giải

a) $(x-3)(x^2+3x+9)-x^3=x^3-3^3-x^3=(x^3-x^3)-27=-27.$

b) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)+y^3-7x^3=(2x)^3-y^3+y^3-7x^3$

$=(8x^3-7x^3)+(y^3-y^3)=x^3.$

Luyện tập 2

1. Viết đa thức $x^3 - 8$ dưới dạng tích.

2. Rút gọn biểu thức $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)+8y^3$.

Vận dụng Giải quyết *tình huống mở đầu.*

Chú ý. Các hằng đẳng thức vừa học được sử dụng thường xuyên trong các biến đổi đại số nên ta gọi chúng là các hằng đẳng thức đáng nhớ.

BẢY HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

$$A^2-B^2=(A-B)(A+B);$$

$$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2;$$

$$(A-B)^2=A^2-2AB+B^2;$$

$$(A+B)^3=A^3+3A^2B+3AB^2+B^3;$$

$$(A-B)^3=A^3-3A^2B+3AB^2-B^3;$$

$$A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2);$$

$$A^3-B^3=(A-B)(A^2+AB+B^2).$$

BÀI TẬP

2.12. Viết các biểu thức sau dưới dạng tổng hay hiệu hai lập phương:

a) $(x+4)(x^2-4x+16)$; b) $(4x^2+2xy+y^2)(2x-y)$.

2.13. Thay $\boxed{?}$ bằng biểu thức thích hợp.

a) $x^3+512=(x+8)(x^2-\boxed{?}+64)$;

b) $27x^3-8y^3=(\boxed{?}-2y)(\boxed{?}+6xy+4y^2)$.

2.14. Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a) $27x^3+y^3$; b) x^3-8y^3.

2.15. Rút gọn biểu thức sau:

$$(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)+(x+2y)(x^2-2xy+4y^2).$$

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1 Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(2x+y)^2+(x-2y)^2$; b) $(x+y+z)^2-(x+y-z)^2$.

Giải

a) $(2x+y)^2+(x-2y)^2=(4x^2+4xy+y^2)+(x^2-4xy+4y^2)$
$=(4x^2+x^2)+(4xy-4xy)+(y^2+4y^2)=5x^2+5y^2$.

b) $(x+y+z)^2-(x+y-z)^2=[(x+y+z)-(x+y-z)][(x+y+z)+(x+y-z)]$
$=(x+y+z-x-y+z)(x+y+z+x+y-z)=2z(2x+2y)=4z(x+y)$.

Ví dụ 2 Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(2x+y)^3+(2x-y)^3+12x(2x+y)(2x-y)$;

b) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)+(3x-y)(9x^2+3xy+y^2)$.

Giải

a) $(2x+y)^3+(2x-y)^3+12x(2x+y)(2x-y)$;

$=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot 2x\cdot y^2+y^3+(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot 2x\cdot y^2-y^3+12x(4x^2-y^2)$

$=16x^3+12xy^2+48x^3-12xy^2=64x^3$.

b) Ta có

$(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)=(x+3y)\left[x^2-x.3y+(3y)^2\right]=x^3+(3y)^3=x^3+27y^3$;

$(3x-y)(9x^2+3xy+y^2)=(3x-y)\left[(3x)^2+3x.y+y^2\right]=(3x)^3-y^3=27x^3-y^3$.

Vậy

$(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)+(3x-y)(9x^2+3xy+y^2)$
$=x^3+27y^3+27x^3-y^3=28x^3+26y^3$.

Ví dụ 3

Mẹ của Mai gửi vào ngân hàng 150 triệu đồng theo thể thức lãi kép theo định kì với lãi suất x mỗi năm (tức là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp). Biểu thức $S = 150(1 + x)^3$ (triệu đồng) là số tiền mẹ của Mai nhận được sau 3 năm.

a) Tính số tiền mẹ của Mai nhận được sau 3 năm khi lãi suất là $x = 5\%$.

b) Khai triển S thành đa thức theo x và xác định bậc của đa thức.

Giải

a) $S = 150 \cdot (1 + 5\%)^3 = 150 \cdot 1{,}05^3 = 173{,}64375$ (triệu đồng).

b) $S = 150(1 + 3x + 3x^2 + x^3) = 150 + 450x + 450x^2 + 150x^3$.

S là đa thức bậc 3 theo biến x.

BÀI TẬP

2.16. Tính nhanh giá trị của biểu thức

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} \text{ tại } x = 99{,}75.$$

2.17. Chứng minh đẳng thức $(10a + 5)^2 = 100a(a + 1) + 25$. Từ đó em hãy nêu một quy tắc tính nhẩm bình phương của một số có tận cùng là 5.

Áp dụng: Tính 25^2; 35^2.

2.18. Tính nhanh giá trị của các biểu thức:

a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ tại $x = 99$;

b) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ tại $x = 88$ và $y = -12$.

2.19. Rút gọn các biểu thức:

a) $(x - 2)^3 + (x + 2)^3 - 6x(x + 2)(x - 2)$;

b) $(2x - y)^3 + (2x + y)^3$.

2.20. Chứng minh rằng $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$.

Áp dụng, tính $a^3 + b^3$ biết $a + b = 4$ và $ab = 3$.

2.21. Bác Tùng gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép theo định kì với lãi suất x mỗi năm (tức là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp). Biểu thức $S = 200(1 + x)^3$ (triệu đồng) là số tiền bác Tùng nhận được sau 3 năm.

a) Tính số tiền bác Tùng nhận được sau 3 năm khi lãi suất là $x = 5{,}5\%$.

b) Khai triển S thành đa thức theo x và xác định bậc của đa thức.

Bài 9 PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Phân tích đa thức thành nhân tử • Đặt nhân tử chung • Nhóm các hạng tử	• Nhận biết phân tích đa thức thành nhân tử. • Mô tả ba cách phân tích đa thức thành nhân tử: Đặt nhân tử chung; Nhóm các hạng tử; Sử dụng hằng đẳng thức.

Tớ biết cách tìm được tất cả số x để $2x^2 + x = 0$.

Tròn làm thế nào nhỉ?

1 PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG CÁCH ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

Phân tích đa thức thành nhân tử

HĐ Hãy viết đa thức $x^2 - 2xy$ thành tích của các đa thức, khác đa thức là số.

> Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

Ví dụ 1 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 + x$; b) $2(x+y) - 2y(x+y)$.

$$x^3 + x = \overset{\text{Nhân tử}}{x}\,(\underbrace{x^2+1}_{\text{Nhân tử}})$$

Giải

a) Ta có $x^3 + x = x \cdot x^2 + x = x\left(x^2+1\right)$.

b) $2(x+y) - 2y(x+y) = (2-2y)(x+y) = 2(1-y)(x+y)$.

Chú ý. Cách làm như Ví dụ 1 gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách đặt nhân tử chung.*

Luyện tập 1 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $6y^3 + 2y$; b) $4(x-y) - 3x(x-y)$.

2 PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG CÁCH NHÓM CÁC HẠNG TỬ

Trong giờ học toán, cô giáo yêu cầu cả lớp phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$x^2 - xy - 2y + 2x.$$

Hai bạn Nam và Hà đã làm như sau:

$$\begin{aligned} & x^2 - xy - 2y + 2x \\ &= (x^2 - xy) + (2x - 2y) \\ &= x(x - y) + 2(x - y) \\ &= (x + 2)(x - y). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2 - xy - 2y + 2x \\ &= (x^2 + 2x) - (xy + 2y) \\ &= x(x + 2) - y(x + 2) \\ &= (x - y)(x + 2). \end{aligned}$$

Chú ý. Cách làm như trên của hai bạn Nam và Hà được gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách nhóm hạng tử*. Đối với một đa thức có thể có nhiều cách nhóm những hạng tử thích hợp.

Ví dụ 2 Phân tích đa thức $xy + 3z + xz + 3y$ thành nhân tử.

Giải

$xy + 3z + xz + 3y = (xy + xz) + (3z + 3y) = x(y + z) + 3(z + y) = (x + 3)(y + z)$.

Ta có thể phân tích bằng cách nhóm khác như sau:

$$xy + 3z + xz + 3y = (xy + 3y) + (3z + xz) = (x + 3)y + (3 + x)z = (x + 3)(y + z).$$

Luyện tập 2 Phân tích đa thức $2x^2 - 4xy + 2y - x$ thành nhân tử.

Vận dụng 1 Giải bài toán mở đầu bằng cách phân tích $2x^2 + x$ thành nhân tử.

3 PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG CÁCH SỬ DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC

Ví dụ 3 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 8x + 16$; b) $x^2 - 3$; c) $9x^2 + 12x + 4$; d) $8x^3 - 27$.

Giải

a) $x^2 - 8x + 16 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = (x - 4)^2$.

b) $x^2 - 3 = x^2 - (\sqrt{3})^2 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$.

c) $9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = (3x + 2)^2$.

d) $8x^3 - 27 = (2x)^3 - 3^3 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$.

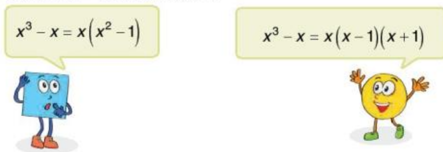
Chú ý. Cách làm như ví dụ trên gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách sử dụng hằng đẳng thức.*

Luyện tập 3 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $(x+1)^2 - y^2$; b) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$; c) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$.

Tranh luận

Phân tích $x^3 - x$ thành nhân tử.



Em hãy nêu ý kiến của em về lời giải của Tròn và Vuông.

Vận dụng 2 Tính nhanh giá trị của biểu thức

$$A = x^2 + 2y - 2x - xy \text{ tại } x = 2022,\ y = 2020.$$

BÀI TẬP

2.22. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + xy$; b) $6a^2b - 18ab$.

c) $x^3 - 4x$; d) $x^4 - 8x$.

2.23. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 9 + xy + 3y$; b) $x^2y + x^2 + xy - 1$.

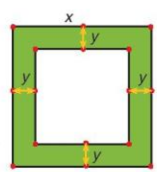
2.24. Tìm x, biết:

a) $x^2 - 4x = 0$; b) $2x^3 - 2x = 0$.

2.25. Một mảnh vườn hình vuông có độ dài cạnh bằng x (mét). Người ta làm đường đi xung quanh mảnh vườn, có độ rộng như nhau và bằng y (mét) (H.2.2).

a) Viết biểu thức tính diện tích S của đường bao quanh mảnh vườn theo x và y.

b) Phân tích S thành nhân tử rồi tính S khi $x = 102$ m, $y = 2$ m.



Hình 2.2

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - x + 2y - 4y^2$; b) $3xy + 2z^2 - 6y - xz^2$.

Giải

a) $x^2 - x + 2y - 4y^2 = \left[x^2 - (2y)^2\right] - (x - 2y)$

$= (x - 2y)(x + 2y) - (x - 2y) = (x - 2y)(x + 2y - 1)$.

b) $3xy + 2z^2 - 6y - xz^2 = (3xy - 6y) + (2z^2 - xz^2)$

$= 3y(x - 2) + z^2(2 - x) = 3y(x - 2) - z^2(x - 2) = (3y - z^2)(x - 2)$.

Ví dụ 2 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 4x + 1 - 4y^2$; b) $8x^3 - 27y^3 - 27y^2 - 9y - 1$

Giải

a) $4x^2 - 4x + 1 - 4y^2 = (4x^2 - 4x + 1) - (2y)^2 = (2x - 1)^2 - (2y)^2$

$= (2x - 1 - 2y)(2x - 1 + 2y)$.

b) $8x^3 - 27y^3 - 27y^2 - 9y - 1 = (2x)^3 - (27y^3 + 27y^2 + 9y + 1)$

$= (2x)^3 - (3y + 1)^3 = (2x - 3y - 1)\left[4x^2 + 2x(3y + 1) + (3y + 1)^2\right]$.

Ví dụ 3 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - x + 2y - 8y^3$; b) $2x^3 - 8x^2 - 24x + 54$.

Giải

a) $x^3 - x + 2y - 8y^3 = (x^3 - 8y^3) - (x - 2y) = \left[x^3 - (2y)^3\right] - (x - 2y)$

$= (x - 2y)(x^2 + x \cdot 2y + 4y^2) - (x - 2y) = (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2 - 1)$.

b) $2x^3 - 8x^2 - 24x + 54 = 2(x^3 - 4x^2 - 12x + 27) = 2\left[(x^3 + 27) - (4x^2 + 12x)\right]$

$= 2\left[(x^3 + 3^3) - 4x(x + 3)\right] = 2\left[(x + 3)(x^2 - 3x + 9) - 4x(x + 3)\right]$

$= 2(x + 3)(x^2 - 3x + 9 - 4x) = 2(x + 3)(x^2 - 7x + 9)$.

BÀI TẬP

2.26. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 6x + 9 - y^2$

b) $4x^2 - y^2 + 4y - 4$.

c) $xy + z^2 + xz + yz$;

d) $x^2 - 4xy + 4y^2 + xz - 2yz$.

2.27. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 + y^3 + x + y$;

b) $x^3 - y^3 + x - y$.

c) $(x-y)^3 + (x+y)^3$.

d) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 + y^2 - x^2$.

EM CÓ BIẾT ?

Étienne Bézout (1730 – 1783) là nhà toán học người Pháp. Ông có nhiều công trình toán học nổi tiếng, đặc biệt là các công trình nghiên cứu về nghiệm của đa thức.

ĐỊNH LÍ BÉZOUT VÀ ỨNG DỤNG

Nếu đa thức $f(x)$ có nghiệm $x = a$ thì $f(x)$ có thể phân tích được thành tích $f(x) = (x-a)g(x)$ trong đó $g(x)$ là thương của phép chia đa thức $f(x)$ cho $x - a$.

Chẳng hạn, đa thức $2x^3 + x^2 - 3x - 14$ nhận $x = 2$ làm nghiệm và thương của phép chia $2x^3 + x^2 - 3x - 14$ cho $x - 2$ là $2x^2 + 5x + 7$ nên $2x^3 + x^2 - 3x - 14 = (x-2)(2x^2 + 5x + 7)$.

Theo: *E. Bézout, "Théorie génerale des équations algébriques", Paris (1779)*

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

A. TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng trong mỗi câu sau:

2.28. Đa thức $x^2 - 9x + 8$ được phân tích thành tích của hai đa thức

A. $x-1$ và $x+8$. B. $x-1$ và $x-8$. C. $x-2$ và $x-4$. D. $x-2$ và $x+4$.

2.29. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(A - B)(A + B) = A^2 + 2AB + B^2$.

B. $(A + B)(A - B) = A^2 - 2AB + B^2$.

C. $(A + B)(A - B) = A^2 + B^2$.

D. $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

2.30. Biểu thức $25x^2 + 20xy + 4y^2$ viết dưới dạng bình phương của một tổng là:

A. $\left[5x + (-2y)\right]^2$. B. $\left[2x + (-5y)\right]^2$.

C. $(2x + 5y)^2$. D. $(5x + 2y)^2$.

2.31. Rút gọn biểu thức $A = (2x+1)^3 - 6x(2x+1)$ ta được

A. $x^3 + 8$. B. $x^3 + 1$.

C. $8x^3 + 1$. D. $8x^3 - 1$.

B. TỰ LUẬN

2.32. Tính nhanh giá trị của các biểu thức:

a) $x^2 - 4x + 4$ tại $x = 102$; b) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ tại $x = 999$.

2.33. Rút gọn các biểu thức:

a) $(2x - 5y)(2x + 5y) + (2x + 5y)^2$;

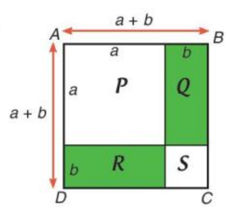
b) $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) + (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)$.

2.34. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $6x^2 - 24y^2$; b) $64x^3 - 27y^3$;

c) $x^4 - 2x^3 + x^2$; d) $(x - y)^3 + 8y^3$.

2.35. Sử dụng Hình 2.3, bằng cách tính diện tích hình vuông $ABCD$ theo hai cách, hãy giải thích hằng đẳng thức $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.



Hình 2.3

Chương III TỨ GIÁC

HÌNH HỌC PHẲNG

Ở lớp 6, trong phần Hình học trực quan, ta đã làm quen với hình thang cân, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông và các tính chất của chúng. Trong chương III, ta sẽ đưa ra định nghĩa và tìm hiểu các tính chất, dấu hiệu nhận biết các hình này.

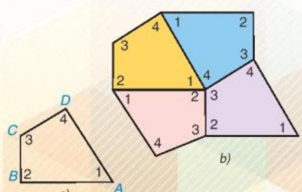
Bài 10 TỨ GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Tứ giác, tứ giác lồi • Đỉnh, cạnh, góc, đường chéo của tứ giác lồi	• Mô tả khái niệm tứ giác, tứ giác lồi. • Giải thích định lí về tổng các góc trong một tứ giác lồi.

Cắt bốn tứ giác như nhau bằng giấy rồi đánh số bốn góc của mỗi tứ giác như tứ giác $ABCD$ trong Hình 3.1a. Ghép bốn tứ giác giấy đó để được hình như Hình 3.1b.

– Em có thể ghép bốn tứ giác khít nhau như vậy không?

– Em có nhận xét gì về bốn góc tại điểm chung của bốn tứ giác? Hãy cho biết tổng số đo của bốn góc đó.



Hình 3.1

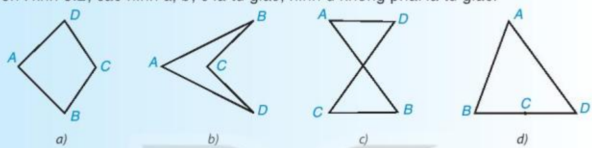
1 TỨ GIÁC LỒI

Tứ giác lồi và các yếu tố của nó

Ta đã biết tam giác là hình gồm ba điểm không thẳng hàng và ba đoạn thẳng nối ba điểm đó.

- Tứ giác *ABCD* là hình gồm bốn đoạn thẳng *AB*, *BC*, *CD*, *DA* trong đó không có hai đoạn thẳng nào nằm trên cùng một đường thẳng.

Trên Hình 3.2, các hình a, b, c là tứ giác; hình d không phải là tứ giác.



Hình 3.2

Trong tứ giác *ABCD*, các điểm *A*, *B*, *C*, *D* là các *đỉnh*; các đoạn thẳng *AB*, *BC*, *CD*, *DA* là các *cạnh*.

- Tứ giác lồi là tứ giác mà hai đỉnh thuộc một cạnh bất kì luôn nằm về một phía của đường thẳng đi qua hai đỉnh còn lại.

Trong các tứ giác ở Hình 3.2a, b và c, chỉ có tứ giác ở Hình 3.2a là tứ giác lồi.

- Trong tứ giác lồi *ABCD*, các góc *ABC*, *BCD*, *CDA* và *DAB* gọi là các góc của tứ giác.

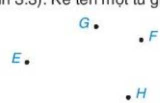
Kí hiệu đơn giản lần lượt là $\widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}, \widehat{A}$.

Chú ý

– Từ nay, khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.

– Tứ giác *ABCD* trong Hình 3.2a còn được gọi tên là tứ giác *BCDA*, *CDAB*, *DABC*, *ADCB*, *DCBA*, *CBAD*, *BADC*.

❓ Cho bốn điểm *E*, *F*, *G*, *H* (Hình 3.3). Kể tên một tứ giác có các đỉnh là bốn điểm đã cho.



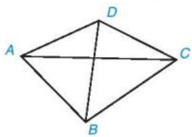
Hình 3.3

Luyện tập 1 Quan sát tứ giác *ABCD* trong Hình 3.4.

– Hai đỉnh không cùng thuộc một cạnh gọi là *hai đỉnh đối nhau*. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau là một *đường chéo*, chẳng hạn *AC* là một đường chéo. Kể tên đường chéo còn lại.

– Cặp cạnh *AB*, *CD* là *cặp cạnh đối*. Chỉ ra cặp cạnh đối còn lại.

– Cặp góc *A*, *C* là *cặp góc đối*. Hãy kể tên cặp góc đối còn lại.



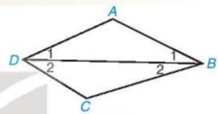
Hình 3.4

Trong tứ giác hai đường chéo cắt nhau tại một điểm nằm giữa mỗi đường.

2 TỔNG CÁC GÓC CỦA MỘT TỨ GIÁC

Tổng các góc của một tứ giác

HĐ Cho tứ giác *ABCD*. Kẻ đường chéo *BD* (H.3.5). Vận dụng định lí về tổng ba góc trong một tam giác đối với các tam giác *ABD* và *CBD*, tính tổng $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}+\widehat{D}$ của tứ giác *ABCD*.



Hình 3.5

Nhớ rằng tổng ba góc trong một tam giác bằng 180°.

Định lí

Tổng các góc của một tứ giác bằng 360°.

Ví dụ Cho tứ giác *ABCD* như Hình 3.6. Hãy tính góc *D*.

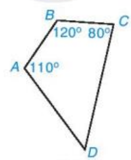
Giải

Theo định lí về tổng các góc của một tứ giác, ta có

$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}+\widehat{D}=360^\circ.$$

Do đó $\widehat{D}=360^\circ-(\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C})=360^\circ-(110^\circ+120^\circ+80^\circ)=50^\circ$.

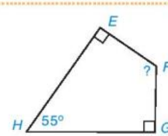
Vậy $\widehat{D}=50^\circ$.



Hình 3.6

Luyện tập 2 Cho tứ giác *EFGH* như Hình 3.7.

Hãy tính góc *F*.



Hình 3.7

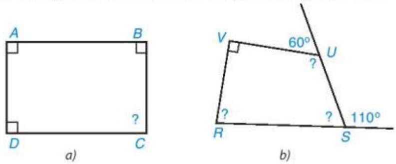
Vận dụng Giải *bài toán mở đầu*.

Thử thách nhỏ

Trong một tứ giác, hỏi số góc tù nhiều nhất là bao nhiêu và số góc nhọn nhiều nhất là bao nhiêu? Vì sao?

BÀI TẬP

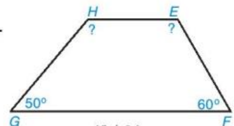
3.1. Tính góc chưa biết của các tứ giác trong Hình 3.8.



Hình 3.8

3.2. Tính góc chưa biết của tứ giác trong Hình 3.9.

Biết rằng $\widehat{H} = \widehat{E} + 10°$.

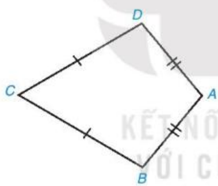


Hình 3.9

3.3. Tứ giác *ABCD* trong Hình 3.10 có *AB* = *AD*, *CB* = *CD*, được gọi là hình "cái diều".

a) Chứng minh rằng *AC* là đường trung trực của đoạn thẳng *BD*.

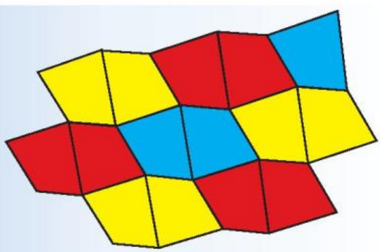
b) Tính các góc *B*, *D* biết rằng $\widehat{A} = 100°$, $\widehat{C} = 60°$.



Hình 3.10

EM CÓ BIẾT?

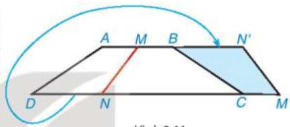
Ở lớp 6, đã giới thiệu cách lát nền phẳng bằng các viên gạch hình vuông. Cũng dễ thấy ta có thể lát bằng gạch hình chữ nhật, hình bình hành, hình thoi, hình thang. Hình bên mô tả một cách lát nền phẳng bằng những viên gạch hình tứ giác như nhau.



Bài 11 HÌNH THANG CÂN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hình thang, hình thang cân • Đường cao của hình thang • Đường chéo của hình thang	• Mô tả khái niệm hình thang, hình thang cân và các yếu tố của chúng. • Giải thích các tính chất về góc kề một đáy, cạnh bên và đường chéo của hình thang cân. • Nhận biết dấu hiệu để một hình thang là hình thang cân.

Cắt một mảnh giấy hình thang cân bằng một nhát cắt thẳng cắt cả hai cạnh đáy thì được hai hình thang. Lật một trong hai hình thang đó rồi ghép với hình thang còn lại dọc theo các cạnh bên của hình thang ban đầu (Hình 3.11). Hãy giải thích tại sao hình tạo thành cũng là một hình thang cân.



Hình 3.11

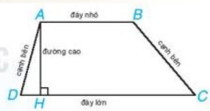
1 HÌNH THANG. HÌNH THANG CÂN

Khái niệm hình thang và hình thang cân

Trong bài này, ta sẽ xét tứ giác có hai cạnh đối song song.

> Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.

Trên Hình 3.12 là hình thang $ABCD$ (AB // CD). Hai cạnh song song gọi là *hai đáy*, hai cạnh còn lại gọi là *hai cạnh bên* của hình thang. Đường vuông góc AH kẻ từ A đến CD gọi là một *đường cao* của hình thang $ABCD$.



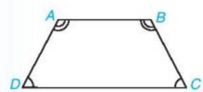
Hình 3.12

> Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Trên Hình 3.13 là hình thang cân $ABCD$ (AB // CD).

Hai góc A, B kề đáy nhỏ AB, $\widehat{A} = \widehat{B}$.

Hai góc C, D kề đáy lớn CD, $\widehat{C} = \widehat{D}$.



Hình 3.13

Trong hình thang, hai góc kề một đáy bằng nhau thì hai góc kề đáy kia cũng bằng nhau.

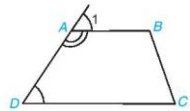
Ví dụ 1

Chứng minh rằng hai góc kề một cạnh bên của hình thang bù nhau.

Giải (H.3.14).

Vì $ABCD$ là hình thang (AB // CD) nên $\widehat{D} = \widehat{A_1}$ (hai góc đồng vị).

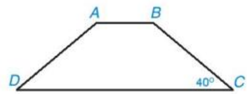
Do $\widehat{DAB} + \widehat{A_1} = 180°$ (hai góc kề bù) suy ra $\widehat{D} + \widehat{DAB} = 180°$.



Hình 3.14

Luyện tập 1

Tính các góc của hình thang cân $ABCD$ (AB // CD), biết $\widehat{C} = 40°$ (H.3.15).



Hình 3.15

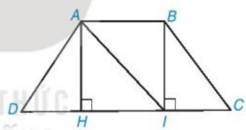
2 TÍNH CHẤT CỦA HÌNH THANG CÂN

Tính chất về cạnh bên của hình thang cân

HĐ1 Cho hình thang cân $ABCD$, AB // CD và $AB < CD$ (H.3.16).

a) Từ A và B kẻ $AH \perp DC$, $BI \perp DC$, $H \in CD$, $I \in CD$. Chứng minh rằng $AH = BI$ bằng cách chứng minh $\Delta AHI = \Delta IBA$.

b) Chứng minh $\Delta AHD = \Delta BIC$, từ đó suy ra $AD = BC$.

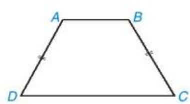


Hình 3.16

Định lí 1

Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.

Cụ thể, hình thang cân $ABCD$ (H.3.17) có hai cạnh bên là AD và BC thì $AD = BC$.



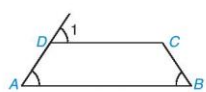
Hình 3.17

Luyện tập 2

Cho tứ giác $ABCD$ như Hình 3.18.

Biết rằng $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{D_1}$.

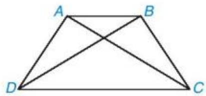
Chứng minh rằng $AD = BC$.



Hình 3.18

Tính chất về đường chéo của hình thang cân

HĐ2 Cho hình thang cân *ABCD*, kẻ hai đường chéo *AC*, *BD* (H.3.19). Hãy chứng minh $\Delta ACD = \Delta BDC$. Từ đó suy ra $AC = BD$.



Hình 3.19

Định lí 2

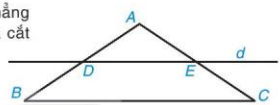
> Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.

Luyện tập 3

Cho tam giác *ABC* cân tại *A*. Kẻ một đường thẳng *d* song song với *BC*, *d* cắt cạnh *AB* tại *D* và cắt cạnh *AC* tại *E* (H.3.20).

a) Tứ giác *DECB* là hình gì?

b) Chứng minh $BE = CD$.



Hình 3.20

3 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

Dấu hiệu nhận biết hình thang cân

Định lí 2 cho ta biết nếu một hình thang là hình thang cân thì hai đường chéo của nó bằng nhau. Ngược lại, một hình thang có hai đường chéo bằng nhau có là hình thang cân không?

Người ta chứng minh được:

Định lí 3

> Nếu một hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì hình thang đó là hình thang cân.

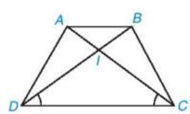
Định lí 3 là *định lí đảo* của Định lí 2. Giả thiết của định lí này là kết luận của định lí kia.

Ví dụ 2

Cho hình thang *ABCD* (*AB* // *CD*) có $\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$. Chứng minh rằng *ABCD* là hình thang cân.

Giải (H.3.21)

GT	Hình thang *ABCD*, *AB* // *CD*, $\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$.
KL	*ABCD* là hình thang cân.



Hình 3.21

Hình thang *ABCD* có hai đường chéo *AC* và *BD* cắt nhau tại *I*.

Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$, $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ (các cặp góc so le trong).

Mặt khác, $\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$. Suy ra $\widehat{BAC} = \widehat{ACD} = \widehat{BDC} = \widehat{ABD}$.

Từ đó, tam giác ICD và tam giác IAB cùng cân tại I.

Vậy $IC = ID$, $IA = IB$, suy ra $AC = IA + IC = IB + ID = BD$.

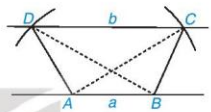
Theo Định lí 3, hình thang $ABCD$ là hình thang cân.

Thực hành (H.3.22)

a) Vẽ hình thang có hai đường chéo bằng nhau theo các bước sau:

– Vẽ hai đường thẳng song song a, b. Trên a lấy hai điểm A, B.

– Vẽ hai cung tròn tâm A và B có cùng bán kính sao cho cung tròn tâm A cắt b tại C; cung tròn tâm B cắt b tại D và hai đoạn thẳng AC, BD cắt nhau. Hình thang $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD bằng nhau.



Hình 3.22

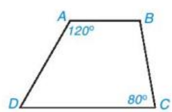
b) Hình thang $ABCD$ có là hình thang cân không? Vì sao?

Vận dụng

Hãy giải *bài toán mở đầu*.

BÀI TẬP

3.4. Hình thang trong Hình 3.23 có là hình thang cân không? Vì sao?



Hình 3.23

3.5. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại C và đường thẳng vuông góc với BD tại D, hai đường thẳng này cắt nhau tại E. Chứng minh rằng nếu $EC = ED$ thì hình thang $ABCD$ là hình thang cân.

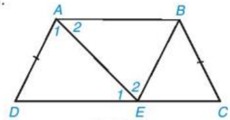
3.6. Vẽ hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) biết đáy lớn CD dài 4 cm, cạnh bên dài 2 cm và đường chéo dài 3 cm.

3.7. Hai tia phân giác của hai góc A, B của hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) cắt nhau tại điểm E trên cạnh đáy CD. Chứng minh rằng $EC = ED$.

3.8. Hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có các đường thẳng AD, BC cắt nhau tại I, các đường thẳng AC, BD cắt nhau tại J. Chứng minh rằng đường thẳng IJ là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ Chứng minh rằng hình thang có hai cạnh đáy không bằng nhau, hai cạnh bên bằng nhau nhưng không song song là hình thang cân.



Hình 3.24

Giải

GT	Hình thang $ABCD$; $AB \parallel CD$; $AB < CD$; $AD = BC$; AD không song song BC.
KL	$ABCD$ là hình thang cân.

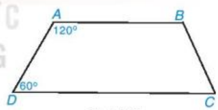
Qua điểm B kẻ đường thẳng song song với đường thẳng AD, cắt đường thẳng CD tại điểm E. Điểm E phải khác C vì nếu E trùng với C thì AD và BC song song, trái với giả thiết (H.3.24).

Hai tam giác EDA và ABE có: $\widehat{A_1} = \widehat{E_2}$ (do $AD \parallel BE$), AE là cạnh chung, $\widehat{E_1} = \widehat{A_2}$ (do $AB \parallel DC$).

Vậy $\Delta EDA = \Delta ABE$; suy ra $AD = BE$ (hai cạnh tương ứng). Hơn nữa, theo giả thiết $AD = BC$ nên $BE = BC$. Từ đó có ΔBEC cân tại B, suy ra $\widehat{BEC} = \widehat{C}$. Mặt khác, $\widehat{BEC} = \widehat{D}$ (do $AD \parallel BE$) nên $\widehat{C} = \widehat{D}$.

Vậy $ABCD$ là hình thang cân.

BÀI TẬP



Hình 3.25

3.9. Tứ giác $ABCD$ trong Hình 3.25 có phải là hình thang không? Vì sao?

3.10. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = AD$. Biết $\widehat{ABD} = 30°$, tính số đo các góc của hình thang đó.

3.11. Tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$ trong Hình 3.26.

Hình 3.26

3.12. Cho M là một điểm nằm trong tam giác đều ABC. Qua M kẻ các đường thẳng song song với BC, CA, AB lần lượt cắt AB, BC, CA tại các điểm P, Q, R.

a) Chứng minh tứ giác $APMR$ là hình thang cân.

b) Chứng minh rằng chu vi tam giác PQR bằng tổng độ dài $MA + MB + MC$.

c) Hỏi với vị trí nào của M thì tam giác PQR là tam giác đều?

Bài 12 HÌNH BÌNH HÀNH

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Hình bình hành	• Mô tả khái niệm hình bình hành. • Giải thích các tính chất của hình bình hành. • Nhận biết dấu hiệu để một tứ giác là hình bình hành.

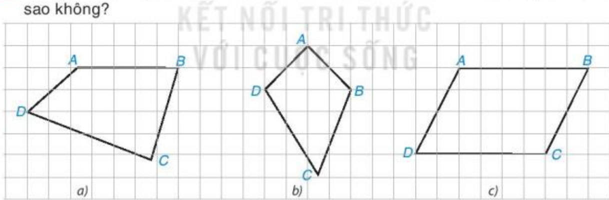
Hai con đường lớn *a* và *b* cắt nhau tạo thành một góc. Bên trong góc đó có một điểm dân cư *O*. Phải mở một con đường thẳng đi qua *O* như thế nào để theo con đường đó, hai đoạn đường từ điểm *O* đến hai con đường *a* và *b* bằng nhau (các con đường đều là đường thẳng) (H.3.27)?

Hình 3.27

1 HÌNH BÌNH HÀNH VÀ TÍNH CHẤT

Khái niệm hình bình hành

HĐ1 Trong Hình 3.28, có một hình bình hành. Đó là hình nào? Em có thể giải thích tại sao không?

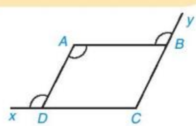


Hình 3.28

> Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

Ví dụ 1

Trong Hình 3.29, cho tứ giác *ABCD* và ba góc bằng nhau. Tứ giác *ABCD* có là hình bình hành không? Tại sao?



Hình 3.29

Giải

Ta có $\widehat{xDA} = \widehat{DAB}$ và chúng ở vị trí so le trong nên AB // CD.

Tương tự, AD // CB.

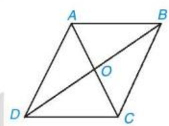
Vậy theo định nghĩa, tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Thực hành 1 Vẽ hình bình hành, biết hai cạnh liên tiếp bằng 3 cm, 4 cm và góc xen giữa hai cạnh đó bằng 60°. Hãy mô tả cách vẽ và giải thích tại sao hình vẽ được là hình bình hành.

Tính chất của hình bình hành

HĐ2 Hãy nêu các tính chất của hình bình hành mà em đã biết.

HĐ3 Cho hình bình hành $ABCD$ (H.3.30).



Hình 3.30

a) Chứng minh $\Delta ABC = \Delta CDA$.

Từ đó suy ra $AB = CD$, $AD = BC$ và $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$.

b) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta CDB$. Từ đó suy ra $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$.

c) Gọi giao điểm của hai đường chéo AC, BD là O.

Chứng minh $\Delta AOB = \Delta COD$. Từ đó suy ra $OA = OC$, $OB = OD$.

Định lí 1

Trong hình bình hành:

a) Các cạnh đối bằng nhau;

b) Các góc đối bằng nhau;

c) Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

GT	$ABCD$ là hình bình hành; O là giao điểm của AC và BD.
KL	a) $AB = CD$, $AD = BC$; b) $\widehat{A} = \widehat{C}$, $\widehat{B} = \widehat{D}$; c) $OA = OC$, $OB = OD$.

Nhận xét. Dễ thấy trong một hình bình hành, hai góc kề một cạnh bất kì là hai góc bù nhau.

Luyện tập 1 Cho tam giác ABC. Từ một điểm M tuỳ ý trên cạnh BC, kẻ đường thẳng song song với AB, cắt cạnh AC tại N và kẻ đường thẳng song song với AC, cắt cạnh AB tại P. Gọi I là trung điểm của đoạn NP. Chứng minh rằng I cũng là trung điểm của đoạn thẳng AM.

Tranh luận

Hình thang cân thì có hai cạnh bên bằng nhau. Ngược lại, hình thang có hai cạnh bên bằng nhau thì nó là hình thang cân.

Tròn sai rồi!
Có trường hợp hình thang có hai cạnh bên bằng nhau nhưng nó lại là hình bình hành mà không phải là hình thang cân.

Theo em, bạn nào đúng? Vì sao?

2 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

Dấu hiệu nhận biết hình bình hành theo cạnh

Ta đã biết *hình bình hành* thì có các cạnh đối bằng nhau. Ngược lại, một tứ giác có các cạnh đối bằng nhau thì tứ giác đó có là hình bình hành không?

Ta có thể chứng minh được:

Định lí 2

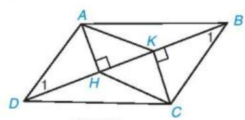
a) Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là một hình bình hành.

b) Tứ giác có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau là một hình bình hành.

Hãy viết giả thiết, kết luận của Định lí 2.

Ví dụ 2 Cho hình bình hành $ABCD$. Từ A, C kẻ AH, CK cùng vuông góc với BD (H.3.31).

Chứng minh tứ giác $AHCK$ là hình bình hành.



Hình 3.31

Giải

GT	$ABCD$ là hình bình hành; $AH \perp BD$, $CK \perp BD$.
KL	$AHCK$ là hình bình hành.

Theo giả thiết $ABCD$ là hình bình hành nên $AD \parallel BC$ và $AD = BC$, suy ra $\widehat{D_1} = \widehat{B_1}$ (hai góc so le trong).

Hai tam giác vuông AHD và CKB có: $AD = BC$, $\widehat{D_1} = \widehat{B_1}$ (chứng minh trên).

Vậy hai tam giác vuông AHD và CKB bằng nhau (cạnh huyền – góc nhọn).

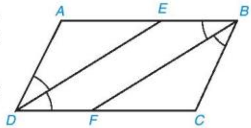
Do đó $AH = CK$. Mặt khác, AH và CK cùng vuông góc với BD nên $AH \parallel CK$.

Tứ giác *AHCK* có cặp cạnh đối *AH*, *CK* song song và bằng nhau nên theo Định lí 2, *AHCK* là hình bình hành.

Luyện tập 2 Cho hình bình hành *ABCD* (*AB* > *BC*). Tia phân giác của góc *D* cắt *AB* tại *E* và tia phân giác của góc *B* cắt *CD* tại *F* (H.3.32).

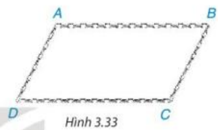
a) Chứng minh hai tam giác *ADE* và *CBF* là những tam giác cân, bằng nhau.

b) Tứ giác *DEBF* là hình gì? Tại sao?



Hình 3.32

Thực hành 2 Chia một sợi dây xích thành bốn đoạn: hai đoạn dài bằng nhau, hai đoạn ngắn bằng nhau và đoạn dài, đoạn ngắn xen kẽ nhau. Hỏi khi móc hai đầu mút của sợi dây xích đó lại để được một tứ giác *ABCD* (có các đỉnh tại các điểm chia) như Hình 3.33 thì tứ giác *ABCD* là hình gì? Tại sao?



Hình 3.33

Dấu hiệu nhận biết hình bình hành theo góc và đường chéo

Ta biết hình bình hành thì có các góc đối bằng nhau và hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. Ngược lại, một tứ giác có các góc đối bằng nhau hoặc có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì tứ giác đó có là hình bình hành không?

Ta có thể chứng minh được:

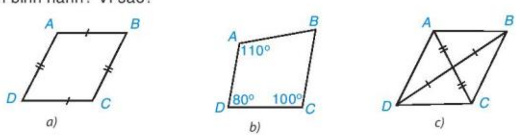
Định lí 3

a) Tứ giác có các góc đối bằng nhau là một hình bình hành.

b) Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là một hình bình hành.

Hãy viết giả thiết, kết luận của Định lí 3.

Ví dụ 3 Trong ba tứ giác dưới đây, tứ giác nào là hình bình hành, tứ giác nào không là hình bình hành? Vì sao?



Hình 3.34

Giải

Tứ giác trong Hình 3.34a là hình bình hành (theo Định lí 2a).

Tứ giác trong Hình 3.34c là hình bình hành (theo Định lí 3b).

Tứ giác trong Hình 3.34b không là hình bình hành vì có hai góc đối A, C không bằng nhau.

Luyện tập 3 Cho hai điểm A, B phân biệt và điểm O không nằm trên đường thẳng AB. Gọi A', B' là các điểm sao cho O là trung điểm của AA', BB'. Chứng minh rằng $A'B' = AB$ và đường thẳng $A'B'$ song song với đường thẳng AB.

Vận dụng Trở lại *bài toán mở đầu*. Em hãy vẽ hình và nêu cách vẽ con đường cần mở đi qua O sao cho theo con đường đó, hai đoạn đường từ O tới a và tới b bằng nhau.

Con đường cần mở là đường chéo của hình bình hành có hai cạnh liên tiếp nằm trên hai con đường a và b.

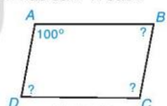
BÀI TẬP

3.13. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai? Vì sao?

a) Hình thang có hai cạnh bên song song là hình bình hành.

b) Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau là hình bình hành.

c) Tứ giác có hai cạnh đối nào cũng song song là hình bình hành.

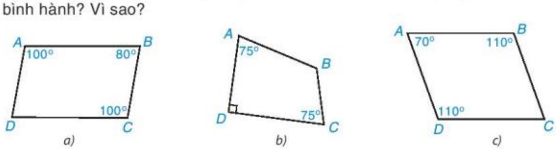


Hình 3.35

3.14. Tính các góc còn lại của hình bình hành ABCD trong Hình 3.35.

3.15. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD. Chứng minh $BF = DE$.

3.16. Trong mỗi trường hợp sau đây, tứ giác nào là hình bình hành, tứ giác nào không là hình bình hành? Vì sao?



Hình 3.36

3.17. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD. Chứng minh rằng:

a) Hai tứ giác $AEFD$, $AECF$ là những hình bình hành; b) $EF = AD$, $AF = EC$.

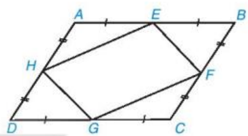
3.18. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Một đường thẳng đi qua O lần lượt cắt các cạnh AB, CD của hình bình hành tại hai điểm M, N. Chứng minh $\Delta OAM = \Delta OCN$. Từ đó suy ra tứ giác $MBND$ là hình bình hành.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA của hình bình hành $ABCD$. Hỏi EFGH là hình gì? Vì sao?

Giải (H.3.37)



Hình 3.37

Theo giả thiết, E, F, G, H lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA của hình bình hành $ABCD$ nên $AE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD = CG$; $AH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC = CF$.

Hai tam giác AHE và CFG có: $\widehat{HAE} = \widehat{FCG}$ (hai góc đối của hình bình hành $ABCD$),

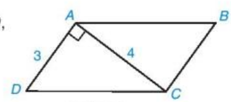
$AH = CF$, $AE = CG$ (chứng minh trên).

Vậy $\Delta AHE = \Delta CFG$ (c.g.c), suy ra $HE = FG$. Tương tự, $GH = EF$.

Tứ giác $EFGH$ có $GH = EF$, $HE = FG$ nên tứ giác đó là hình bình hành.

Ví dụ 2 Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ có đường chéo AC vuông góc với cạnh AD, biết $AC = 4$ cm, $AD = 3$ cm.

Giải (H.3.38)



Hình 3.38

Theo giả thiết, $ABCD$ là hình bình hành nên $BC \parallel AD$, $BC = AD$ (= 3 cm). Mặt khác, $AD \perp AC$ (giả thiết) suy ra $BC \perp AC$.

Ta có ΔABC vuông tại C và ΔADC vuông tại A nên:

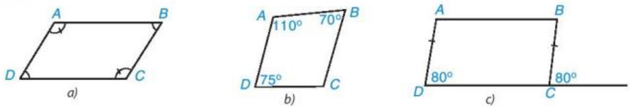
$$S_{ADC} = \frac{1}{2}AD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ (cm}^2\text{)};$$

$$S_{ACB} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích hình bình hành $ABCD$ là 12 cm^2.

BÀI TẬP

3.19. Trong các tứ giác ở Hình 3.39, tứ giác nào là hình bình hành? Vì sao?



Hình 3.39

3.20. Cho hình bình hành *ABCD*. Lấy điểm *M* thuộc cạnh *AB* và điểm *N* thuộc cạnh *CD* sao cho $AM = CN$. Chứng minh rằng:

a) $AN = CM$; b) $\widehat{AMC} = \widehat{ANC}$.

3.21. Vẽ tứ giác *ABCD* theo hướng dẫn sau:

Bước 1. Vẽ đoạn thẳng *AB* và đường thẳng *a* song song với *AB*.

Bước 2. Lấy điểm $C \in a$.

Bước 3. Trên *a* chọn *D* sao cho $CD = AB$ và *A*, *D* nằm cùng phía đối với *BC*.

Hãy giải thích tại sao tứ giác *ABCD* là hình bình hành.

3.22. Cho hình bình hành *ABCD* có $AB = 3$ cm, $AD = 5$ cm.

a) Hỏi tia phân giác của góc *A* cắt cạnh *CD* hay cạnh *BC*?

b) Tính khoảng cách từ giao điểm đó đến điểm *C*.

3.23. Cho hình bình hành *ABCD*. Lấy điểm *E* sao cho *B* là trung điểm của *AE*, lấy điểm *F* sao cho *C* là trung điểm của *DF*. Chứng minh rằng:

a) Hai tứ giác *AEFD*, *ABFC* là những hình bình hành;

b) Các trung điểm của ba đoạn thẳng *AF*, *DE*, *BC* trùng nhau.

3.24. Cho ba điểm không thẳng hàng.

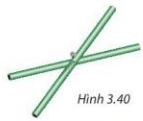
a) Tìm một điểm sao cho nó cùng với ba điểm đã cho là bốn đỉnh của một hình bình hành. Hãy vẽ hình và mô tả cách tìm.

b) Hỏi tìm được bao nhiêu điểm như vậy?

Bài 13 HÌNH CHỮ NHẬT

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Hình chữ nhật	• Mô tả khái niệm hình chữ nhật. • Giải thích tính chất hai đường chéo của hình chữ nhật. • Nhận biết dấu hiệu để một hình bình hành là hình chữ nhật.

Hai thanh tre thẳng bằng nhau, được gắn với nhau tại trung điểm của mỗi thanh. Khi các đầu mút của hai thanh tre đó tạo thành bốn đỉnh của một tứ giác (H.3.40) thì tứ giác đó là hình gì? Tại sao?

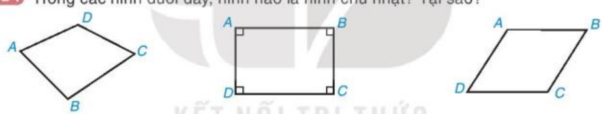


Hình 3.40

1 HÌNH CHỮ NHẬT

Khái niệm hình chữ nhật và tính chất

HĐ1 Trong các hình dưới đây, hình nào là hình chữ nhật? Tại sao?



a) b) c)

Hình 3.41

> **Hình chữ nhật** là tứ giác có bốn góc vuông.

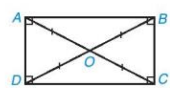
Chú ý. Nếu một tứ giác có ba góc vuông thì góc còn lại cũng là góc vuông và tứ giác đó là *hình chữ nhật*.

HĐ2 Hình chữ nhật có là hình bình hành không, có là hình thang cân không? Tại sao?

Ta có tính chất sau đây về đường chéo của hình chữ nhật:

Định lí 1

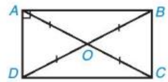
> Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường (H.3.42).



Hình 3.42

Nhận xét. Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền.

Ví dụ 1 Cho hình chữ nhật $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Chứng minh $\Delta OAB = \Delta ODC$.



Hình 3.43

Giải (H.3.43)

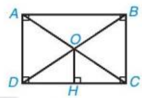
Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$OA = OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = OB = OD$.

Hai tam giác OAB và ODC có: $OA = OD$, $OB = OC$, $AB = CD$.

Vậy $\Delta OAB = \Delta ODC$ (c.c.c).

Luyện tập 1 Cho hình chữ nhật $ABCD$. Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại O. Kẻ $OH \perp DC$ (H.3.44). Chứng minh rằng H là trung điểm của DC.



Hình 3.44

2 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật

HĐ3 Cho hình bình hành $ABCD$ có góc A vuông. Tính các góc B, C, D. Tứ giác $ABCD$ có là hình chữ nhật không? Vì sao?

Ta cũng chứng minh được hình bình hành $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD bằng nhau là hình chữ nhật.

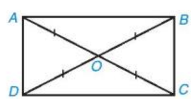
Định lí 2

a) Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
b) Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

Ví dụ 2 Chứng minh rằng tứ giác có hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì tứ giác đó là hình chữ nhật.

Giải (H.3.45)

GT	$ABCD$ là tứ giác; O là giao điểm của AC và BD, $AC = BD$, $OA = OC$, $OB = OD$.
KL	$ABCD$ là hình chữ nhật.



Hình 3.45

Theo giả thiết, O là trung điểm của cả AC và BD nên ta có $ABCD$ là hình bình hành. Hơn nữa, $AC = BD$ nên theo Định lí 2, hình bình hành $ABCD$ là hình chữ nhật.

Luyện tập 2 Cho tứ giác *ABCD* có $\widehat{A} = 90°$, hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm *O* của mỗi đường. Hỏi tứ giác *ABCD* là hình gì? Tại sao?

Nhận xét. Nếu tam giác có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh tương ứng thì tam giác đó là tam giác vuông.

Vận dụng Hãy trả lời các câu hỏi trong *tình huống mở đầu*.

BÀI TẬP

3.25. Bằng ê ke, nêu cách kiểm tra một tứ giác có là hình chữ nhật hay không. Hãy giải thích kết quả.

3.26. Bằng compa, nêu cách kiểm tra một tứ giác có là hình chữ nhật hay không. Giải thích kết quả.

3.27. Cho tam giác *ABC*, đường cao *AH*. Gọi *M* là trung điểm của *AC*, *N* là điểm sao cho *M* là trung điểm của *HN*. Chứng minh tứ giác *AHCN* là hình chữ nhật.

3.28. Xét một điểm *M* trên cạnh huyền của tam giác *ABC* vuông cân tại *A*. Gọi *N* và *P* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *M* trên các cạnh *AB* và *AC*.

a) Hỏi tứ giác *MPAN* là hình gì?

b) Hỏi *M* ở vị trí nào thì đoạn thẳng *NP* có độ dài ngắn nhất? Vì sao?

Bài 14 HÌNH THOI VÀ HÌNH VUÔNG

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hình thoi • Hình vuông	• Mô tả khái niệm hình thoi và hình vuông. • Giải thích các tính chất của hình thoi và hình vuông. • Nhận biết dấu hiệu để một hình là hình thoi, hình vuông.

Lấy một tờ giấy, gấp làm tư tạo ra một góc vuông *O*, đánh dấu hai điểm *A*, *B* trên hai cạnh góc vuông rồi cắt chéo theo đoạn thẳng *AB* (H.3.46a). Sau khi mở tờ giấy ra, ta được một tứ giác. Tứ giác đó là hình gì? Vì sao? Nếu ta có *OA* = *OB* thì tứ giác nhận được là hình gì (H.3.46b)?

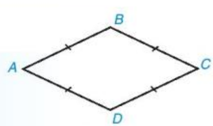
Hình 3.46

1 HÌNH THOI

Khái niệm hình thoi và tính chất của nó

Trong Hình 3.47, tứ giác *ABCD* có các cạnh *AB*, *BC*, *CD*, *DA* bằng nhau, nó là một hình thoi.

Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.



Hình 3.47

Hình thoi có phải là hình bình hành không? Nếu có, từ tính chất đã biết của hình bình hành, hãy suy ra những tính chất tương ứng của hình thoi.

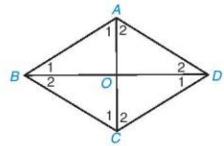
Trong bài này, ta sẽ tìm hiểu thêm tính chất về đường chéo của hình thoi.

Tính chất về hai đường chéo của hình thoi

HĐ1 Cho hình thoi *ABCD* có hai đường chéo *AC*, *BD* cắt nhau tại *O* (H.3.48).

a) ΔABD có cân tại *A* không?

b) *AC* có vuông góc với *BD* không và *AC* có là đường phân giác của góc *A* không? Vì sao?



Hình 3.48

Định lí 1

Trong hình thoi:

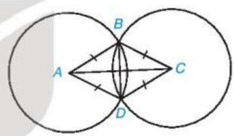
a) Hai đường chéo vuông góc với nhau;

b) Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc trong hình thoi.

Ví dụ 1 Hai đường tròn tâm *A* và *C* có cùng bán kính, cắt nhau tại *B*, *D* (H.3.49).

a) Hỏi tứ giác *ABCD* là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh $AC \perp BD$.



Hình 3.49

Giải

a) Vì hai đường tròn tâm *A* và *C* có cùng bán kính, cắt nhau tại *B*, *D* nên $AB = AD = CD = CB$. Vậy theo định nghĩa, tứ giác *ABCD* là hình thoi.

b) Từ câu a và theo Định lí 1 ta có $AC \perp BD$.

Dấu hiệu nhận biết hình thoi

Ngoài nhận biết hình thoi bằng định nghĩa (tứ giác có bốn cạnh bằng nhau), ta còn có thể nhận biết hình thoi bằng những dấu hiệu khác.

Định lí 2

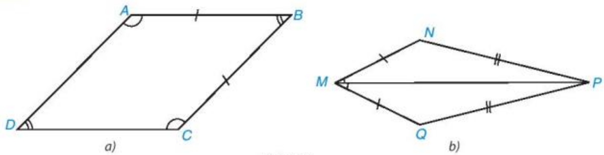
a) Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.

b) Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.

c) Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

? Hãy viết giả thiết, kết luận của câu c trong Định lí 2.

Ví dụ 2 Trong Hình 3.50, tứ giác nào là hình thoi? Vì sao?



Hình 3.50

Giải

a) Tứ giác *ABCD* là hình bình hành vì có các góc đối bằng nhau: $\widehat{A} = \widehat{C}$, $\widehat{B} = \widehat{D}$.

Mặt khác, ta lại có hai cạnh kề *AB* và *BC* bằng nhau.

Do đó, tứ giác *ABCD* là hình thoi.

b) Tứ giác *MNPQ* không phải là hình thoi vì hai cạnh kề *MN* và *NP* không bằng nhau.

Luyện tập 1

Trong Hình 3.51, hình nào là hình thoi? Vì sao?

Hình 3.51

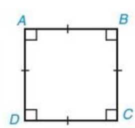
2 HÌNH VUÔNG

Thực hiện HĐ mở đầu theo Hình 3.46b, ta được một hình vuông.

Khái niệm hình vuông và tính chất của nó

Tứ giác *ABCD* trong Hình 3.52 có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau, ta gọi tứ giác đó là một hình vuông.

Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.



Hình 3.52

Tính chất về đường chéo của hình vuông

HĐ2 Hãy giải thích tại sao hai đường chéo của hình vuông bằng nhau và vuông góc với nhau.

Định lí 3

Trong một hình vuông, hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và là các đường phân giác của các góc của hình vuông.

Hình vuông cũng là hình chữ nhật, hình thoi nên nó có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.

Dấu hiệu nhận biết hình vuông

Ngoài nhận biết hình vuông bằng định nghĩa (tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau), ta còn có thể nhận biết hình vuông bằng những dấu hiệu khác.

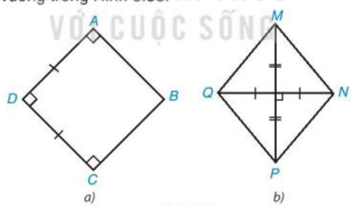
Định lí 4

a) Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
b) Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc là hình vuông.
c) Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

Chú ý rằng:
- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

? Hãy viết giả thiết, kết luận của câu a trong Định lí 4.

Ví dụ 3 Tìm hình vuông trong Hình 3.53.



Hình 3.53

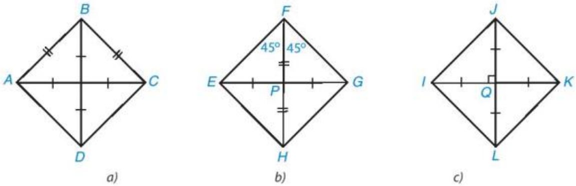
Giải

a) Tứ giác *ABCD* là hình chữ nhật vì có ba góc vuông mà $AD = DC$ nên *ABCD* là hình vuông.

b) Tứ giác *MNPQ* có hai đường chéo *MP* và *NQ* không bằng nhau nên nó không phải là hình chữ nhật. Do đó, tứ giác *MNPQ* không phải là hình vuông.

Luyện tập 2

Với mỗi hình dưới đây, ta dùng dấu hiệu nhận biết nào để khẳng định đó là hình vuông?



Hình 3.54

Vận dụng

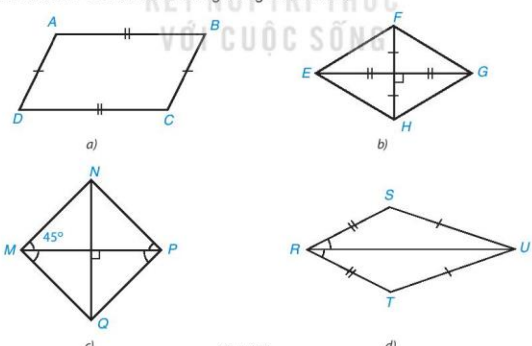
Trở lại *tình huống mở đầu*. Hãy giải thích tại sao:

– Trường hợp a, ta được hình thoi.

– Trường hợp b, ta được hình vuông.

BÀI TẬP

3.29. Tìm các hình thoi và hình vuông trong Hình 3.55.



Hình 3.55

3.30. Cho tam giác *ABC*, *D* là một điểm nằm giữa *B* và *C*. Qua *D* kẻ các đường thẳng song song với *AB*, *AC*, chúng cắt các cạnh *AC*, *AB* lần lượt tại *E*, *F*.

a) Tứ giác *AEDF* là hình gì? Vì sao?

b) Nếu tam giác *ABC* cân tại *A* thì điểm *D* ở vị trí nào trên cạnh *BC* để tứ giác *AEDF* là hình thoi?

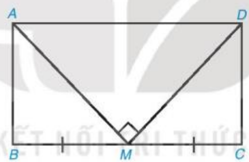
c) Nếu tam giác *ABC* vuông tại *A* thì tứ giác *AEDF* là hình gì?

d) Nếu tam giác *ABC* vuông cân tại *A* thì điểm *D* ở vị trí nào trên cạnh *BC* để *AEDF* là hình vuông?

3.31. Chứng minh rằng các trung điểm của bốn cạnh trong một hình chữ nhật là các đỉnh của một hình thoi.

3.32. Chứng minh rằng các trung điểm của bốn cạnh trong một hình thoi là các đỉnh của một hình chữ nhật.

3.33. Cho hình chữ nhật *ABCD* có chu vi bằng 36 cm. Gọi *M* là trung điểm của cạnh *BC*. Biết rằng $MA \perp MD$. Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật *ABCD* (H.3.56).



Hình 3.56

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ

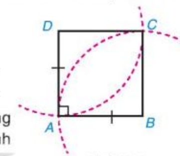
Cho ba điểm *A*, *B*, *D* sao cho *AB* = *AD* và *AB* vuông góc với *AD*. Vẽ hai đường tròn cùng đi qua *A*, lần lượt có tâm là *B* và *D*. Hai đường tròn đó còn cắt nhau tại điểm *C*. Chứng minh *ABCD* là một hình vuông.

Giải (H.3.57)

Điểm *C* nằm trên đường tròn tâm *B* đi qua *A* nên *BC* = *BA*.

Điểm *C* nằm trên đường tròn tâm *D* đi qua *A* nên *DC* = *DA*.

Theo giả thiết *AB* = *AD* nên tứ giác *ABCD* có bốn cạnh bằng nhau *DC* = *AD* = *AB* = *BC*, vậy *ABCD* là một hình thoi. Hình thoi *ABCD* có góc *A* vuông nên là một hình vuông.



Hình 3.57

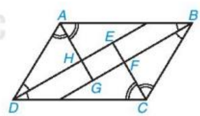
BÀI TẬP

3.34. Cho tam giác *ABC*; *M* và *N* lần lượt là trung điểm của hai cạnh *AB* và *AC*. Lấy điểm *P* sao cho *N* là trung điểm của đoạn thẳng *MP*.

a) Hỏi tứ giác *AMCP* là hình gì? Vì sao?

b) Với điều kiện nào của tam giác *ABC* thì tứ giác *AMCP* là hình chữ nhật; hình thoi; hình vuông?

3.35. Cho hình bình hành *ABCD*. Các tia phân giác của các góc *A*, *B*, *C*, *D* cắt nhau như trên Hình 3.58. Chứng minh rằng *EFGH* là hình chữ nhật.



Hình 3.58

3.36. Một khung tre hình chữ nhật có lắp đinh vít tại bốn đỉnh. Khi khung tre này bị xô lệch (do các đinh vít bị lỏng), các góc không còn vuông nữa thì khung đó là hình gì? Tại sao? Hỏi khi nẹp thêm một đường chéo vào khung đó thì nó còn bị xô lệch không?

3.37. Gọi *Ou* và *Ov* lần lượt là hai tia phân giác của hai góc kề bù *xOy* và *x'Oy*; *A* là một điểm khác *O* trên tia *Ox*. Gọi *B* và *C* là chân đường vuông góc hạ từ *A* lần lượt xuống đường thẳng chứa *Ou* và *Ov*. Hỏi tứ giác *OBAC* là hình gì? Vì sao?

3.38. Cho hình vuông *ABCD*. Lấy một điểm *E* trên cạnh *CD*. Tia phân giác của góc *DAE* cắt cạnh *DC* tại *M*. Đường thẳng qua *M* vuông góc với *AE* cắt *BC* tại *N*.

Chứng minh *DM* + *BN* = *MN*.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

A. TRẮC NGHIỆM

3.39. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Không có tứ giác nào mà không có góc tù.

B. Nếu tứ giác có ba góc nhọn thì góc còn lại là góc tù.

C. Nếu tứ giác có hai góc tù thì hai góc còn lại phải nhọn.

D. Không có tứ giác nào có ba góc tù.

3.40. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào **sai**?

a) Tứ giác có hai đường chéo bằng nhau là hình bình hành.

b) Tứ giác có hai cặp cạnh bằng nhau là hình bình hành.

c) Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

d) Tứ giác có ba cạnh bằng nhau là hình thoi.

3.41. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào **sai**?

a) Tứ giác có hai đường chéo bằng nhau và hai cạnh đối nào cũng bằng nhau là hình chữ nhật.

b) Tứ giác có hai cạnh đối nào cũng bằng nhau là hình bình hành.

c) Tứ giác có hai cạnh song song và hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

d) Tứ giác có hai cạnh song song và hai cạnh còn lại bằng nhau là hình bình hành.

B. TỰ LUẬN

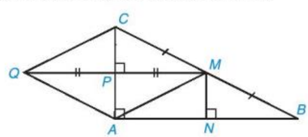
3.42. Chứng minh rằng nếu tứ giác có hai đường chéo bằng nhau và một cặp cạnh đối bằng nhau thì tứ giác đó là một hình thang cân.

3.43. Cho hình bình hành *ABCD*. Lấy điểm *P* trên tia *AB* sao cho *AP* = 2*AB*.

a) Tứ giác *BPCD* có phải là hình bình hành không? Tại sao?

b) Khi tam giác *ABD* vuông cân tại *A*, hãy tính số đo các góc của tứ giác *BPCD*.

3.44. Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*. Gọi *M* là trung điểm của *BC* còn *P*, *N* lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ *M* xuống *CA*, *AB* (H.3.59).



Hình 3.59

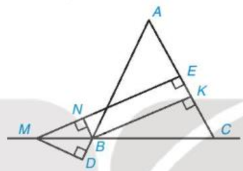
a) Chứng minh hai tam giác vuông CMP và MBN bằng nhau.

b) Chứng minh tứ giác *APMN* là một hình chữ nhật. Từ đó suy ra *N* là trung điểm của *AB*, *P* là trung điểm của *AC*.

c) Lấy điểm *Q* sao cho *P* là trung điểm của *MQ*, chứng minh rằng tứ giác *AMCQ* là một hình thoi.

d) Nếu *AB* = *AC*, tức là tam giác *ABC* vuông cân tại *A* thì tứ giác *AMCQ* có là hình vuông không? Vì sao?

3.45. Cho tam giác *ABC* cân tại *A*; *M* là một điểm thuộc đường thẳng *BC*, *B* ở giữa *M* và *C*. Gọi *E* và *K* lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ *M* và từ *B* xuống *AC*, còn *N* là chân đường vuông góc hạ từ *B* xuống *ME* (H.3.60).



Hình 3.60

Chứng minh rằng:

a) Tứ giác *BKEN* là hình chữ nhật.

b) *BK* và *NE* cùng bằng hiệu khoảng cách từ *M* đến *AC* và *AB* (dù *M* thay đổi trên đường thẳng *BC* miễn là *B* nằm giữa *M* và *C*).

Chương IV

ĐỊNH LÍ THALÈS

HÌNH HỌC PHẲNG

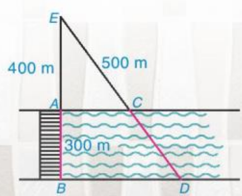
Thalès (625 - 547 trước Công nguyên) là một trong những nhà hình học đầu tiên của Hi Lạp. Trong chương này chúng ta sẽ cùng tìm hiểu định lí mang tên ông và một số kiến thức về đường trung bình, tính chất đường phân giác trong tam giác.

Bài 15. ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Tỉ số hai đoạn thẳng • Đoạn thẳng tỉ lệ	• Định lí Thalès trong tam giác (thuận và đảo). • Tính độ dài đoạn thẳng bằng cách sử dụng định lí Thalès. • Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng định lí Thalès.

Cây cầu AB bắc qua một con sông có chiều rộng 300 m. Để đo khoảng cách giữa hai điểm C và D trên hai bờ con sông, người ta chọn một điểm E trên đường thẳng AB sao cho ba điểm E, C, D thẳng hàng. Trên mặt đất, người ta đo được $AE = 400$ m, $EC = 500$ m.

Theo em, người ta tính khoảng cách giữa C và D như thế nào?

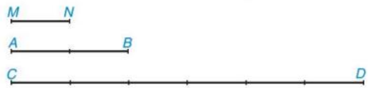


Hình 4.1

1 ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ

Tỉ số của hai đoạn thẳng

Cho Hình 4.2, em hãy thực hiện các hoạt động sau:



Hình 4.2

HĐ1 Hãy tìm độ dài của hai đoạn thẳng AB và CD nếu chọn đoạn MN làm đơn vị độ dài. Với các độ dài đó hãy tính tỉ số $\frac{AB}{CD}$.

HĐ2 Dùng thước thẳng, đo độ dài hai đoạn AB và CD (đơn vị: cm) rồi dùng kết quả vừa đo để tính tỉ số $\frac{AB}{CD}$.

HĐ3 So sánh hai tỉ số tìm được trong hai hoạt động trên.

Ta có nhận xét rằng: Khi ta thay đổi đơn vị đo, tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng AB và CD không thay đổi. Ta gọi tỉ số đó là *tỉ số của hai đoạn thẳng* AB và CD.

> **Tỉ số của hai đoạn thẳng** là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

Luyện tập 1 Tìm tỉ số của các cặp đoạn thẳng có độ dài như sau:

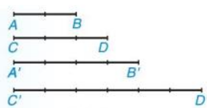
a) $MN = 3$ cm và $PQ = 9$ cm.

b) $EF = 25$ cm và $HK = 10$ dm.

Đoạn thẳng tỉ lệ

Cho bốn đoạn thẳng AB, CD, $A'B'$, $C'D'$ (H.4.3). Ta thấy $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$; $\frac{A'B'}{C'D'} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Ta có tỉ lệ thức $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$.

Khi đó, ta nói AB và CD tỉ lệ với $A'B'$ và $C'D'$.



Hình 4.3

Ta có định nghĩa sau:

> Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng $A'B'$ và $C'D'$ nếu có tỉ lệ thức:
> $$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \text{ hay } \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}.$$

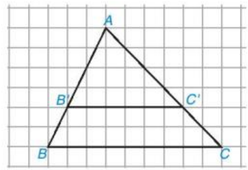
Luyện tập 2

Cho tam giác ABC và một điểm B' nằm trên cạnh AB. Qua điểm B', ta vẽ một đường thẳng song song với BC, cắt AC tại C' (H.4.4). Dựa vào hình vẽ, hãy tính và so sánh các tỉ số sau và viết các tỉ lệ thức:

a) $\dfrac{AB'}{AB}$ và $\dfrac{AC'}{AC}$;

b) $\dfrac{AB'}{B'B}$ và $\dfrac{AC'}{C'C}$;

c) $\dfrac{B'B}{AB}$ và $\dfrac{C'C}{AC}$.



Hình 4.4

2 ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC

Định lí Thalès trong tam giác

Trong Luyện tập 2, khi $B'C'$ song song với BC, ta có các tỉ lệ thức:

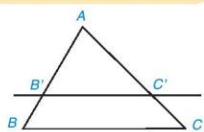
$$\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC};\quad \frac{AB'}{B'B}=\frac{AC'}{C'C};\quad \frac{B'B}{AB}=\frac{C'C}{AC}.$$

Một cách tổng quát, ta có định lí sau:

Định lí Thalès

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

GT	ΔABC, $B'C' \parallel BC$ ($B' \in AB$; $C' \in AC$)
KL	$\dfrac{AB'}{AB}=\dfrac{AC'}{AC}$; $\dfrac{AB'}{B'B}=\dfrac{AC'}{C'C}$; $\dfrac{B'B}{AB}=\dfrac{C'C}{AC}$.

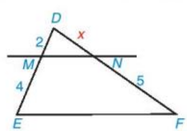


Ví dụ 1 Tính độ dài x trong Hình 4.5(*), biết $MN \parallel EF$.

Giải

Xét tam giác DEF có $MN \parallel EF$ nên theo định lí Thalès, ta có:

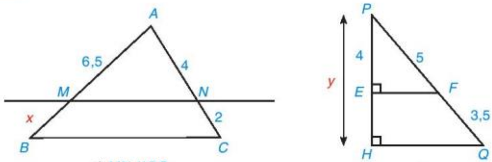
$\dfrac{DM}{ME}=\dfrac{DN}{NF}$ hay $\dfrac{2}{4}=\dfrac{x}{5}$, suy ra $x=\dfrac{2\cdot 5}{4}=2{,}5$.



Hình 4.5

(*) Các số chỉ kích thước trên mỗi hình có cùng đơn vị đo.

Luyện tập 3 Tìm các độ dài x, y trong Hình 4.6.

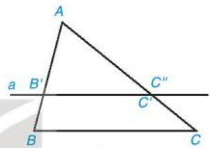


a) $MN \parallel BC$ b)

Hình 4.6

Định lí Thalès đảo

HĐ4 Cho ΔABC có $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm. Trên cạnh AB lấy điểm B', trên cạnh AC lấy điểm C' sao cho $AB' = 4$ cm, $AC' = 6$ cm (H.4.7).



Hình 4.7

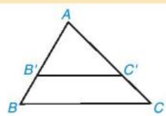
- So sánh các tỉ số $\frac{AB'}{AB}$ và $\frac{AC'}{AC}$.
- Vẽ đường thẳng a đi qua B' và song song với BC, đường thẳng a cắt AC tại điểm C''. Tính độ dài đoạn thẳng AC''.
- Nhận xét gì về hai điểm C', C'' và hai đường thẳng $B'C'$, BC?

Ta thừa nhận định lí sau:

Định lí Thalès đảo

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

GT	ΔABC, $B' \in AB$; $C' \in AC$; $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$.
KL	$B'C' \parallel BC$.



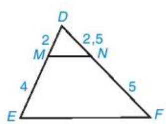
Ví dụ 2

Quan sát Hình 4.8. Chứng minh rằng $MN \parallel EF$.

Giải

Trong ΔDEF, ta có: $\frac{DM}{ME} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{DN}{NF} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}$.

Vì $\frac{DM}{ME} = \frac{DN}{NF} = \frac{1}{2}$ nên $MN \parallel EF$ (định lí Thalès đảo).



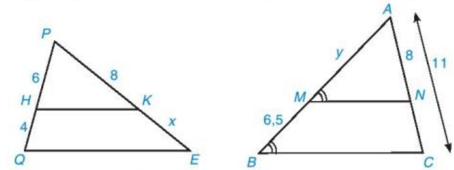
Hình 4.8

Vận dụng

Em hãy trả lời câu hỏi trong *tình huống mở đầu*.

BÀI TẬP

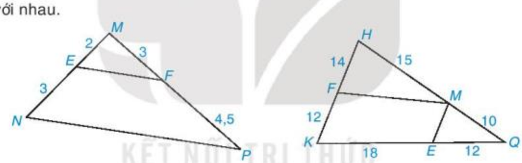
4.1. Tìm độ dài x, y trong Hình 4.9 (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



a) $HK \parallel QE$ b)

Hình 4.9

4.2. Tìm các cặp đường thẳng song song trong Hình 4.10 và giải thích vì sao chúng song song với nhau.



a) b)

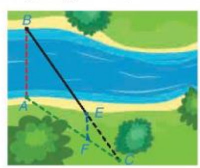
Hình 4.10

4.3. Cho ΔABC, từ điểm D trên cạnh BC, kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại F và kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E.

Chứng minh rằng: $\dfrac{AE}{AB}+\dfrac{AF}{AC}=1$.

4.4. Cho ΔABC có trọng tâm G. Vẽ đường thẳng d qua G và song song với AB, d cắt BC tại điểm M. Chứng minh rằng $BM=\dfrac{1}{3}BC$.

4.5. Để đo khoảng cách giữa hai vị trí B và E ở hai bên bờ sông, bác An chọn ba vị trí A, F, C cùng nằm ở một bên bờ sông sao cho ba điểm C, E, B thẳng hàng, ba điểm C, F, A thẳng hàng và $AB \parallel EF$ (H. 4.11). Sau đó bác An đo được AF = 40 m, FC = 20 m, EC = 30 m. Hỏi khoảng cách giữa hai vị trí B và E bằng bao nhiêu?

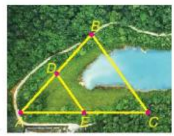


Hình 4.11

Bài 16 ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Đường trung bình của tam giác	• Mô tả định nghĩa đường trung bình của tam giác. • Giải thích tính chất đường trung bình của tam giác.

Cho *B* và *C* là hai điểm cách nhau bởi một hồ nước như Hình 4.12 với *D*, *E* lần lượt là trung điểm của *AB* và *AC*. Biết *DE* = 500 m, liệu không cần đo trực tiếp, ta có thể tính được khoảng cách giữa hai điểm *B* và *C* không?

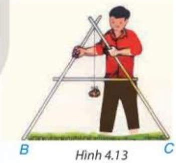


Hình 4.12

1 ĐỊNH NGHĨA ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

Nhận biết đường trung bình của tam giác

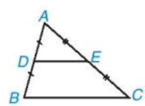
Hình 4.13 mô tả thước chữ A dùng để đo đạc trên mặt đất. Thanh ngang đặt ở trung điểm của hai thanh bên. Thanh ngang của thước chữ A trong Hình 4.13 là hình ảnh đường trung bình của tam giác.



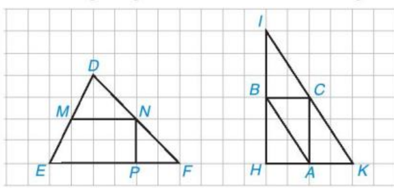
Hình 4.13

Tổng quát ta có định nghĩa sau:

> **Đường trung bình của tam giác** là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.



Em hãy chỉ ra các đường trung bình của ΔDEF và ΔIHK trong Hình 4.14.



Hình 4.14

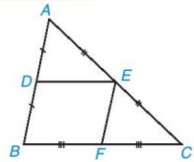
2 TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

Tính chất đường trung bình của tam giác

Cho DE là đường trung bình của tam giác ABC (H.4.15).

HĐ1 Sử dụng định lí Thalès đảo, chứng minh rằng DE // BC.

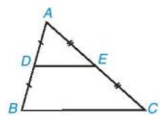
HĐ2 Gọi F là trung điểm của BC. Chứng minh tứ giác $DEFB$ là hình bình hành. Từ đó suy ra $DE = \frac{1}{2}BC$.



Hình 4.15

Định lí 1

Đường trung bình của tam giác song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó.



GT	ΔABC, $AD = DB$, $AE = EC$, $D \in AB$, $E \in AC$.
KL	DE // BC; $DE = \frac{1}{2}BC$.

Chứng minh định lí

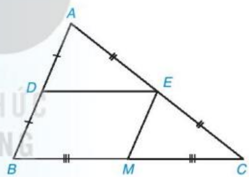
Gọi M là trung điểm của BC (H.4.16).

Tam giác ABC có $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$, suy ra DE // BC (định lí Thalès đảo).

Tương tự, ta chứng minh được EM // AB.

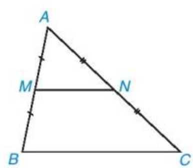
Tứ giác $DEMB$ có: DE // BM và EM // DB nên tứ giác $DEMB$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết hình bình hành), suy ra $DE = BM = \frac{1}{2}BC$.

Vậy DE // BC và $DE = \frac{1}{2}BC$.



Hình 4.16

Chú ý. Trong một tam giác, nếu một đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh và song song với cạnh thứ hai thì nó đi qua trung điểm của cạnh thứ ba.



Hình 4.17

Ví dụ

Cho tam giác ABC với M là trung điểm của AB, N là trung điểm của AC và $BC = 10$ cm. Tính MN.

Giải (H.4.17)

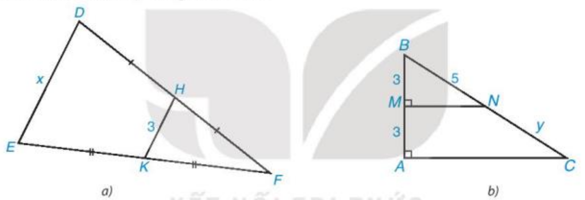
Tam giác *ABC* có *M* là trung điểm của *AB*; *N* là trung điểm của *AC*. Do đó, *MN* là đường trung bình của ΔABC. Suy ra $MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ (cm) (tính chất đường trung bình của tam giác). Vậy *MN* = 5 cm.

Luyện tập Cho tam giác *ABC* cân tại *A*, *D* và *E* lần lượt là trung điểm của *AB*, *AC*. Tứ giác *DECB* là hình gì? Tại sao?

Vận dụng Em hãy trả lời câu hỏi trong *tình huống mở đầu*.

BÀI TẬP

4.6. Tính các độ dài *x*, *y* trong Hình 4.18.



Hình 4.18

4.7. Cho tam giác *ABC*. Gọi *M*, *N*, *P* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB*, *AC*, *BC*.

a) Chứng minh tứ giác *BMNC* là hình thang.

b) Tứ giác *MNPB* là hình gì? Tại sao?

4.8. Cho tam giác *ABC* có trung tuyến *AM*. Lấy hai điểm *D* và *E* trên cạnh *AB* sao cho *AD* = *DE* = *EB* và *D* nằm giữa hai điểm *A*, *E*.

a) Chứng minh *DC* // *EM*.

b) *DC* cắt *AM* tại *I*. Chứng minh *I* là trung điểm của *AM*.

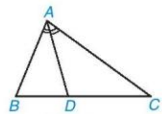
4.9. Cho hình chữ nhật *ABCD* có *AC* cắt *BD* tại *O*. Gọi *H*, *K* lần lượt là trung điểm của *AB*, *AD*. Chứng minh rằng tứ giác *AHOK* là hình chữ nhật.

Bài 17 TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

Kiến thức, kĩ năng

- Giải thích tính chất đường phân giác trong của tam giác.
- Sử dụng tính chất đường phân giác trong của tam giác để tính độ dài đoạn thẳng và tỉ số của hai đoạn thẳng.

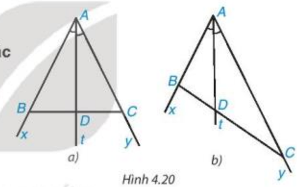
Trong H.4.19, AD là đường phân giác của tam giác ABC. Hai tỉ số $\frac{DB}{DC}$ và $\frac{AB}{AC}$ có bằng nhau không?



Hình 4.19

Tính chất đường phân giác của tam giác

Cho tia phân giác At của góc xAy (H.4.20). Nếu lấy điểm B trên tia Ax, điểm C trên tia Ay, ta được tam giác ABC. Giả sử tia phân giác At cắt BC tại điểm D.



Hình 4.20

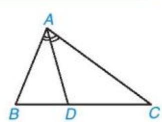
HĐ1 Khi lấy B và C sao cho $AB = AC$ (H.4.20a), hãy so sánh hai tỉ số $\frac{DB}{DC}$ và $\frac{AB}{AC}$.

HĐ2 Khi lấy B và C sao cho $AB = 2$ cm và $AC = 4$ cm (H.4.20b), hãy dùng thước có vạch chia đến milimét để đo độ dài các đoạn thẳng DB, DC rồi so sánh hai tỉ số $\frac{DB}{DC}$ và $\frac{AB}{AC}$.

Định lí (*Tính chất đường phân giác của tam giác*)

Trong một tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề với hai đoạn ấy.

GT	ΔABC, AD là đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ ($D \in BC$).
KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.



Chứng minh định lí

Vẽ đường thẳng qua B, song song với AD, cắt đường thẳng AC tại E (H.4.21).

Theo giả thiết, AD là phân giác của góc A nên $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

Ta có EB // AD nên $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (hai góc so le trong);

$\widehat{A_2} = \widehat{E}$ (hai góc đồng vị).

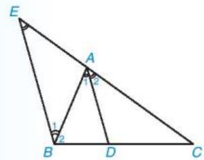
Do đó, $\widehat{B_1} = \widehat{E}$ $(= \widehat{A_1} = \widehat{A_2})$ nên tam giác AEB cân tại A.

Suy ra $AE = AB$. (1)

Mặt khác, áp dụng định lí Thalès vào tam giác CEB, ta có:

$\frac{DB}{DC} = \frac{AE}{AC}$. (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (đpcm).



Hình 4.21

Chú ý. Trong tam giác ABC, nếu D là điểm thuộc đoạn BC và thoả mãn $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ thì AD là đường phân giác của góc A.

Ví dụ

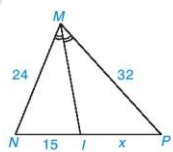
Tính độ dài x trong Hình 4.22.

Giải

Trong tam giác MNP có MI là đường phân giác của góc M. Do đó ta có:

$$\frac{IP}{IN} = \frac{MP}{MN} \text{ hay } \frac{x}{15} = \frac{32}{24}.$$

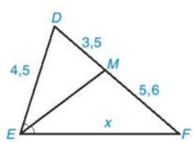
Từ đó suy ra $x = \frac{15 \cdot 32}{24} = 20$.



Hình 4.22

Luyện tập

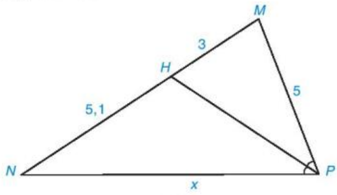
Tính độ dài x trên Hình 4.23.



Hình 4.23

BÀI TẬP

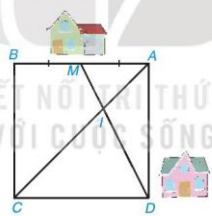
4.10. Tính độ dài x trong Hình 4.24.



Hình 4.24

4.11. Cho tam giác ABC. Đường phân giác trong của góc A cắt BC tại D. Tính độ dài đoạn thẳng DC biết $AB = 4,5$ m; $AC = 7,0$ m và $CB = 3,5$ m (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

4.12. Nhà bạn Mai ở vị trí M, nhà bạn Dung ở vị trí D (Hình 4.25), biết rằng tứ giác $ABCD$ là hình vuông và M là trung điểm của AB. Hai bạn đi bộ với cùng một vận tốc trên con đường MD để đến điểm I. Bạn Mai xuất phát lúc 7h. Hỏi bạn Dung phải xuất phát lúc mấy giờ để gặp bạn Mai lúc 7h30 tại điểm I?

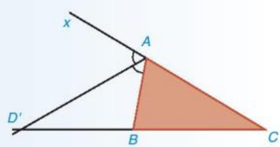


Hình 4.25

EM CÓ BIẾT?

Đường phân giác của góc ngoài của một tam giác (còn gọi là đường phân giác ngoài) cũng có tính chất tương tự như đường phân giác trong. Cụ thể là:

Trong hình 4.26, AD' là phân giác của góc BAx (đường phân giác ngoài của ΔABC tại A), ta có tỉ lệ thức $\dfrac{D'B}{D'C} = \dfrac{AB}{AC}$.

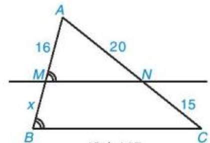


Hình 4.26

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Tìm độ dài x trong Hình 4.27.



Hình 4.27

Giải. (H.4.27)

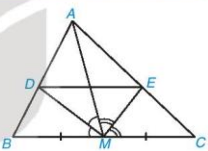
Ta có $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ (giả thiết), mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $MN \parallel BC$ (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

Suy ra $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ (định lí Thalès trong tam giác),

hay $\frac{16}{x} = \frac{20}{15}$, suy ra $x = \frac{16 \cdot 15}{20} = 12$.

Ví dụ 2

Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM. Tia phân giác của góc AMB cắt cạnh AB tại D, tia phân giác của góc AMC cắt cạnh AC tại E. Chứng minh $DE \parallel BC$.



Hình 4.28

Giải. (H.4.28)

Trong $\triangle AMB$, MD là phân giác của $\widehat{AMB}$ nên

$\frac{DA}{DB} = \frac{MA}{MB}$ (tính chất đường phân giác trong tam giác). (1)

Trong $\triangle AMC$, ME là phân giác của $\widehat{AMC}$ nên

$\frac{EA}{EC} = \frac{MA}{MC}$ (tính chất đường phân giác trong tam giác). (2)

Mặt khác, $MB = MC$ (do M là trung điểm của BC). (3)

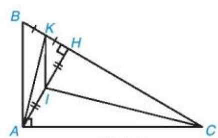
Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EC}$.

Do đó $DE \parallel BC$ (định lí Thalès đảo).

Ví dụ 3

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$). Gọi I và K lần lượt là trung điểm của AH và HB. Chứng minh rằng:

a) $IK \perp AC$; b) $AK \perp CI$.



Hình 4.29

Giải (H.4.29)

a) Tam giác AHB có I là trung điểm của AH, K là trung điểm của BH nên KI là đường trung bình của $\triangle AHB$.

Từ đó, suy ra $KI \parallel AB$ (tính chất đường trung bình của tam giác).

Vì $AB \perp AC$ (do ΔABC vuông tại A) nên $KI \perp AC$.

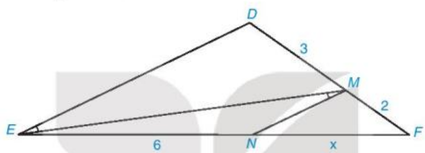
b) Tam giác AKC có: $AH \perp KC$ (giả thiết);

$KI \perp AC$ (chứng minh trên).

Vì AH cắt KI tại I nên I là trực tâm của ΔAKC. Suy ra $CI \perp AK$.

BÀI TẬP

4.13. Tìm độ dài x trong Hình 4.30



Hình 4.30

4.14. Cho tứ giác $ABCD$, gọi E, F, K lần lượt là trung điểm của AD, BC, AC.

a) Chứng minh $EK \parallel CD$, $FK \parallel AB$.

b) So sánh EF và $\frac{1}{2}(AB + CD)$.

4.15. Cho tam giác ABC, phân giác AD ($D \in BC$). Đường thẳng qua D song song với AB cắt AC tại E. Chứng minh rằng $\frac{AC}{AB} = \frac{EC}{EA}$.

4.16. Tam giác ABC có $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm, $BC = 25$ cm. Đường phân giác của góc BAC cắt cạnh BC tại D.

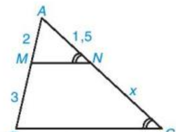
a) Tính độ dài đoạn thẳng DB và DC.

b) Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABD và ACD.

4.17. Cho hình bình hành $ABCD$, một đường thẳng đi qua D cắt AC, AB, CB theo thứ tự tại M, N, K. Chứng minh rằng: $DM^2 = MN \cdot MK$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

A. TRẮC NGHIỆM



Hình 4.31

4.18. Độ dài x trong Hình 4.31 bằng

A. 2,75. B. 2.

C. 2,25. D. 3,75.

4.19. Cho tam giác ABC. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AC, BC. Biết $HK = 3{,}5$ cm. Độ dài AB bằng

A. 3,5 cm. B. 7 cm. C. 10 cm. D. 15 cm.

4.20. Cho tam giác ABC có chu vi là 32 cm. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC. Chu vi của tam giác MNP là

A. 8 cm. B. 64 cm. C. 30 cm. D. 16 cm.

4.21. Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm, D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AD = 6$ cm. Kẻ DE song song với BC (E thuộc AC), kẻ EF song song với CD (F thuộc AB). Độ dài AF bằng

A. 4 cm. B. 5 cm. C. 6 cm. D. 7 cm.

4.22. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = 15$ cm, $BC = 10$ cm, đường phân giác trong của góc B cắt AC tại D. Khi đó, đoạn thẳng AD có độ dài là

A. 3 cm. B. 6 cm. C. 9 cm. D. 12 cm.

B. TỰ LUẬN

4.23. Cho góc xOy. Trên tia Ox, lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 2$ cm, $OB = 5$ cm. Trên tia Oy, lấy điểm C sao cho $OC = 3$ cm. Từ điểm B kẻ đường thẳng song song với AC cắt Oy tại D. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

4.24. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC, AC.

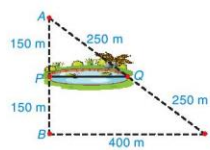
a) Chứng minh rằng $AE = DF$.

b) Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh rằng ba điểm B, I, F thẳng hàng.

4.25. Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GB, GC. Chứng minh tứ giác $EDKI$ là hình bình hành.

4.26. Cho tam giác ABC, điểm I thuộc cạnh AB, điểm K thuộc cạnh AC. Kẻ IM song song với BK (M thuộc AC), kẻ KN song song với CI (N thuộc AB). Chứng minh MN song song với BC.

4.27. Bác Mến muốn tính khoảng cách giữa hai vị trí P, Q ở hai bên bờ ao cá. Để làm điều đó, bác Mến chọn ba vị trí A, B, C, thực hiện đo đạc và vẽ mô phỏng như Hình 4.32. Em hãy giúp bác Mến tính khoảng cách giữa hai điểm P và Q.



Hình 4.32

Chương V DỮ LIỆU VÀ BIỂU ĐỒ

THỐNG KÊ

"Mục đích của trực quan hoá dữ liệu là có cái nhìn sâu sắc về dữ liệu, không phải để có một bức tranh"

Ben Shneiderman,
Nhà khoa học người Mỹ.

Bài 18 THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Số liệu rời rạc • Số liệu liên tục	• Thực hiện và lí giải việc thu thập dữ liệu. • Phân loại số liệu rời rạc, số liệu liên tục.

1 THU THẬP DỮ LIỆU

Thu thập dữ liệu

HĐ1 Nêu các phương pháp thu thập dữ liệu đã được học. Mỗi phương pháp cho một ví dụ.

Thu thập dữ liệu có thể là trực tiếp hoặc gián tiếp.

- Thu thập dữ liệu trực tiếp là việc thu thập dữ liệu thông qua quan sát, làm thí nghiệm, lập bảng hỏi, phỏng vấn,...
- Thu thập dữ liệu gián tiếp là việc thu thập dữ liệu từ những nguồn có sẵn như sách, báo, mạng Internet,...

Để có thể đưa ra các kết luận hợp lí, dữ liệu thu thập được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.

Ví dụ 1 Để thu thập mỗi dữ liệu sau, ta nên làm thế nào? Đó là thu thập dữ liệu trực tiếp hay gián tiếp?

a) Dữ liệu về xếp hạng FIFA của bóng đá nam Việt Nam trong thời gian gần đây.

b) Số liệu về sự phát triển chiều cao của một giống cây mới theo thời gian.

Giải

a) Để thu thập dữ liệu về xếp hạng FIFA của bóng đá nam Việt Nam trong thời gian gần đây, cách tốt nhất là ta vào website của Liên đoàn Bóng đá Thế giới (FIFA) tại địa chỉ *fifa.com/fifa-world-ranking/vie* để thu thập. Đây là phương pháp thu nhập dữ liệu gián tiếp.

b) Để có số liệu về sự phát triển chiều cao của một giống cây mới theo thời gian, ta trồng cây và định kì đo chiều cao, ghi lại kết quả. Đây là phương pháp thu thập dữ liệu trực tiếp.

Luyện tập 1 Em hãy cho biết phương pháp thu thập dữ liệu trong mỗi trường hợp sau là trực tiếp hay gián tiếp.

a) Nam vào website của Tổng cục Thống kê và ghi lại số quận/huyện của các tỉnh/thành phố thuộc đồng bằng Bắc Bộ.

b) Thầy giáo dạy Giáo dục thể chất đã đo và ghi lại thời gian chạy cự li 1 000 mét của các bạn học sinh khối 8.

2 PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

HĐ2 Cho hai dãy dữ liệu sau về 5 học sinh.

(A) Chiều cao (đơn vị: cm): 128,1; 132,9; 125,7; 131,3; 133,6.

(B) Số môn thể thao học sinh biết chơi: 2; 1; 5; 2; 3.

a) Hai dãy dữ liệu này có phải là số liệu không?

b) Đo chiều cao (kí hiệu là h) một học sinh khác và hỏi về số môn thể thao (kí hiệu là n) mà em đó biết chơi.

+ h có thể nhận giá trị bất kì lớn hơn 120 cm và nhỏ hơn 150 cm được không?

+ n có thể nhận giá trị lớn hơn 3 và nhỏ hơn 4 được không?

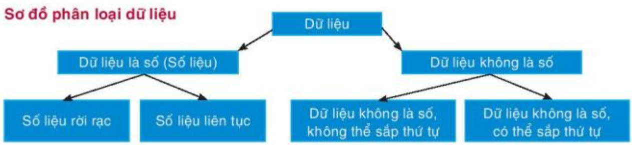
> Số liệu có thể nhận giá trị tuỳ ý trong một khoảng nào đó được gọi là số liệu liên tục. Số liệu không phải là số liệu liên tục được gọi là số liệu rời rạc.

Chú ý

1) Dạng hay gặp của số liệu liên tục là số liệu thu được từ các phép đo như chiều cao, cân nặng, nhiệt độ,...

2) Dạng hay gặp của số liệu rời rạc là số liệu đếm số phần tử của một tập nào đó, chẳng hạn số học sinh trong lớp học, số sản phẩm một công nhân làm được trong ngày,...

Sơ đồ phân loại dữ liệu



Ví dụ 2 Với mỗi câu hỏi sau, Quỳnh đã hỏi ba bạn và ghi lại câu trả lời.

a) Nhà bạn có bao nhiêu chiếc ti vi? Kết quả: 3; 52; 2.

b) Bạn mất bao nhiêu thời gian (đơn vị: giờ) để hoàn thành bài tập về nhà? Kết quả: 1,5; 2,3; 1,9.

Mỗi dãy dữ liệu trên thuộc loại nào? Chỉ ra giá trị không hợp lí nếu có.

Giải

a) Dữ liệu thu được là số liệu rời rạc. Giá trị 52 không hợp lí.

b) Dữ liệu thu được là số liệu liên tục.

Luyện tập 2 Với mỗi câu hỏi sau, An đã hỏi 5 bạn và ghi lại câu trả lời.

a) Bạn nặng bao nhiêu kilôgam? Kết quả: 48; 51; 46; 145; 48.

b) Tên bạn có bao nhiêu chữ cái? Kết quả: 4; 5; 6; 3; 5.

Mỗi dãy dữ liệu trên thuộc loại nào? Chỉ ra giá trị không hợp lí nếu có.

Vận dụng

Em muốn ước lượng thời gian tự học ở nhà (đơn vị: giờ) của các bạn trong lớp. Hãy đưa ra cách thu thập dữ liệu và xác định xem dữ liệu thu được thuộc loại nào.

BÀI TẬP

5.1. Dữ liệu thu được trong mỗi câu hỏi sau thuộc loại nào?

a) Bạn cao bao nhiêu?

b) Mạng điện thoại bạn đang dùng là gì?

c) Gia đình bạn có bao nhiêu người dưới 18 tuổi?

5.2. Ghép cặp cho phù hợp và ghi kết quả vào vở.

a. Số liệu rời rạc.	A. Kết quả đánh giá của 5 bạn về đề kiểm tra học kì I môn Toán: Khó, Rất khó, Trung bình, Dễ, Khó.
b. Số liệu liên tục.	B. Nhiệt độ (°C) tại Nha Trang trong 5 ngày đầu tháng 6 là: 23,2; 25,7; 31,4; 27,3; 28,6.
c. Dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.	C. Số hoạt động hè mà các bạn trong tổ tham gia: 2; 1; 3; 0; 4.
d. Dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.	D. Tên các môn thể thao mà các bạn yêu thích nhất: Bóng đá, Cầu lông, Cờ vua, Võ thuật, Bóng bàn.

5.3. Nên sử dụng phương pháp thu thập nào để thu được mỗi dữ liệu sau?

a) Tên của 10 quốc gia có diện tích lớn nhất.

b) Ý kiến của các bạn về địa điểm đi tham quan tuần tới.

c) Chiều cao của các cây cau giống sau 6 tháng trồng.

Bài 19 BIỂU DIỄN DỮ LIỆU BẰNG BẢNG, BIỂU ĐỒ

Kiến thức, kĩ năng

- Chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.
- Lựa chọn biểu đồ phù hợp với dữ liệu cho trước.

Bảng dưới cho biết số lượng các loài động vật tại Thảo Cầm Viên, Thành phố Hồ Chí Minh vào ngày 14-7-1869, thời điểm Thảo Cầm Viên chính thức mở cửa đón khách vào xem.

Loài động vật	Thú	Chim	Bò sát
Số lượng (con)	120	344	45

Bảng 5.1 (Theo *cand.com.vn*)

Theo em, những loại biểu đồ nào phù hợp để biểu diễn dữ liệu trong Bảng 5.1? Chúng ta cùng tìm hiểu trong bài học này.

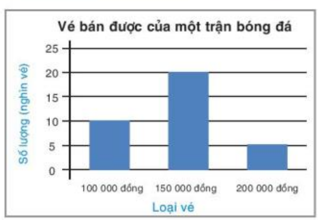
1 LỰA CHỌN BIỂU ĐỒ TRANH HAY BIỂU ĐỒ CỘT

Lựa chọn biểu đồ

Cho biểu đồ Hình 5.1.

HĐ1 Lập bảng thống kê cho dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ. Nếu biểu diễn dữ liệu này bằng biểu đồ tranh thì nên chọn mỗi biểu tượng biểu diễn cho bao nhiêu vé?

HĐ2 Trong một trận bóng đá khác, số vé 100 000 đồng, 150 000 đồng, 200 000 đồng



Hình 5.1

bán được lần lượt là 10 300, 22 300, 4 100 vé. Nếu dùng biểu đồ tranh để biểu diễn thì mỗi biểu tượng biểu diễn bao nhiêu vé? Phải vẽ bao nhiêu biểu tượng?

Nhận xét. Có thể dùng biểu đồ tranh, biểu đồ cột để biểu diễn số lượng các loại đối tượng khác nhau. Tuy nhiên, khi dùng biểu đồ tranh mà phải vẽ rất nhiều biểu tượng thì ta nên dùng biểu đồ cột.

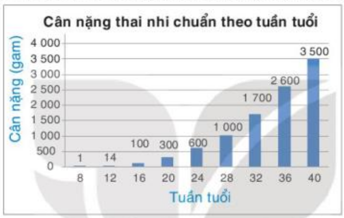
Luyện tập 1

Nên chọn biểu đồ tranh hay biểu đồ cột để biểu diễn dữ liệu Bảng 5.1? Vẽ biểu đồ đó.

2 LỰA CHỌN BIỂU ĐỒ CỘT HAY BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

Lựa chọn biểu đồ

Biểu đồ Hình 5.2 cho biết cân nặng thai nhi chuẩn tại một số thời điểm trong thai kì.



Hình 5.2 (Theo *vinmec.com*)

HĐ3 Ta có thể dùng biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn dữ liệu này hay không?

HĐ4 Bảng sau cho biết cân nặng thai nhi chuẩn theo tuần tuổi:

Tuổi thai nhi	Cân nặng (gam)	Tuổi thai nhi	Cân nặng (gam)	Tuổi thai nhi	Cân nặng (gam)
8	1	20	300	32	1 700
9	2	21	360	33	1 900
10	4	22	430	34	2 100
11	7	23	500	35	2 400
12	14	24	600	36	2 600
13	23	25	660	37	2 900
14	43	26	760	38	3 000
15	70	27	875	39	3 300
16	100	28	1 000	40	3 500
17	140	29	1 100	41	3 600
18	190	30	1 300	42	3 700
19	240	31	1 500		

(Theo *vinmec.com*)

a) Ta có nên dùng biểu đồ cột để biểu diễn bảng số liệu này không? Tại sao?

b) Biểu đồ nào phù hợp để biểu diễn bảng số liệu này?

Nhận xét. Nếu muốn biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian ta dùng biểu đồ đoạn thẳng. Khi số lượng thời điểm quan sát ít ta cũng có thể biểu diễn bằng biểu đồ cột.

Ví dụ 1

Chọn biểu đồ phù hợp nhất để biểu diễn dữ liệu về tuổi thọ trung bình ở một số quốc gia Đông Nam Á năm 2019. Giải thích tại sao em chọn biểu đồ đó.

Quốc gia	Indonesia	Myanmar	Thailand	Timor – Leste	Việt Nam
Tuổi thọ trung bình (năm)	71,3	69,1	77,7	69,6	75,4

(Theo *Báo cáo của Tổ chức Y tế Thế giới*)

Giải

Tuổi thọ trung bình của các quốc gia không phải là các số nguyên nên biểu đồ tranh không phù hợp. Ta không thể dùng biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn vì trong dữ liệu này tuổi thọ trung bình không thay đổi theo thời gian mà thay đổi theo quốc gia. Ta nên dùng biểu đồ cột để biểu diễn dữ liệu này.

Luyện tập 2

Cho biểu đồ Hình 5.3.

a) Lập bảng thống kê cho dữ liệu trong biểu đồ.

b) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu này. Nếu ta có dữ liệu về số cơn bão hằng năm trên toàn cầu từ năm 1970 đến nay thì có nên dùng biểu đồ cột để biểu diễn không?

Hình 5.3 (Theo *unicef.org*)

3 LỰA CHỌN BIỂU ĐỒ CỘT KÉP HAY BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

Lựa chọn biểu đồ

Cho bảng thống kê về cỡ áo của học sinh lớp 8A như trong Bảng 5.2.

HĐ5 Nên dùng biểu đồ nào để biểu diễn dữ liệu đã cho và giải thích tại sao trong các trường hợp sau:

a) So sánh tỉ lệ học sinh của lớp 8A theo cỡ áo?

b) So sánh số lượng cỡ áo mỗi loại của nam và nữ?

Giới tính	Cỡ áo		
	Lớn (L)	Trung bình (M)	Nhỏ (S)
Nam	10	8	4
Nữ	5	12	6
Tổng số	15	20	10

Bảng 5.2

Nhận xét. Khi muốn so sánh hai tập dữ liệu với nhau ta dùng biểu đồ cột kép. Khi muốn biểu diễn tỉ lệ các phần trong tổng thể ta dùng biểu đồ hình quạt tròn.

Ví dụ 2

Một nhóm nghiên cứu đã phỏng vấn 1 000 người trẻ tuổi về số cuốn sách đã đọc trong tháng trước thu được kết quả sau:

Số cuốn sách	0	1 - 2	Trên 2
Số người	350	500	150

Hình 5.4

a) Nếu ta muốn biểu diễn tỉ lệ người trẻ tuổi trong tổng số 1 000 người được hỏi theo số cuốn sách họ đã đọc trong tháng trước thì nên dùng biểu đồ nào?

b) Tính tỉ lệ phần trăm người trẻ tuổi theo số cuốn sách đã đọc trong tháng trước, vẽ lại và hoàn thiện biểu đồ trên Hình 5.4 vào vở.

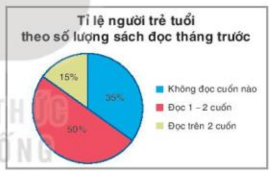
Giải

a) Vì ta muốn biểu diễn tỉ lệ người trẻ tuổi theo số lượng sách đã đọc tháng trước so với tổng số người trẻ tuổi được hỏi nên ta dùng biểu đồ hình quạt tròn.

b) Tổng số người trẻ tuổi được khảo sát là 1 000 (người).

Tỉ lệ người trẻ tuổi tháng trước không đọc cuốn sách nào là: $\frac{350}{1000} = 35\%$. Tỉ lệ người trẻ tuổi tháng trước đọc từ 1 đến 2 cuốn sách là $\frac{500}{1000} = 50\%$. Tỉ lệ người trẻ tuổi tháng trước đọc trên 2 cuốn sách là $\frac{150}{1000} = 15\%$.

Biểu đồ đã hoàn thiện được cho như Hình 5.5.



Hình 5.5

Luyện tập 3

Bảng thống kê sau cho biết mật độ dân số (người/km^2) tại ba vùng kinh tế xã hội trong hai năm 2009 và 2019.

Vùng kinh tế xã hội / Năm	Đồng bằng sông Hồng	Bắc Trung bộ và Duyên hải miền Trung	Đồng bằng sông Cửu Long
2009	930	196	424
2019	1 060	211	423

(Theo *Báo cáo tổng điều tra dân số năm 2019*)

Muốn biết sau 10 năm mật độ dân số thay đổi thế nào ở mỗi vùng, ta nên sử dụng biểu đồ nào?

Thử thách nhỏ

Trở lại bài toán mở đầu, với dữ liệu trong Bảng 5.1.

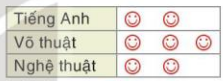
Em ủng hộ Vuông hay Tròn?

BÀI TẬP

5.4. Biểu đồ Hình 5.6 biểu diễn số lượng các bạn lớp 8A tham gia các câu lạc bộ.

a) Cho biết đây là biểu đồ gì? Mỗi biểu tượng ứng với bao nhiêu học sinh?

b) Lập bảng thống kê và vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu này.



Hình 5.6 (Mỗi ☺ ứng với 3 bạn)

5.5. Bảng thống kê bên cho biết số lượng khách đánh giá chất lượng dịch vụ của một khách sạn.

Đánh giá	Rất tốt	Tốt	Trung bình	Kém
Số lượng	5	20	10	5

a) Vẽ biểu đồ tranh, biểu đồ cột biểu diễn bảng thống kê trên.

b) Nếu muốn biểu diễn tỉ lệ khách hàng đánh giá theo các mức đánh giá trên, ta cần dùng biểu đồ nào để biểu diễn?

5.6. Cho biểu đồ Hình 5.7.

Hãy lập bảng thống kê biểu diễn số lượng huy chương các loại của đoàn thể thao Mỹ và vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng thống kê này.

Hình 5.7 (Theo olympics.com/tokyo-2020)

5.7. Bảng sau cho biết khối lượng giấy vụn các lớp khối 8 đã thu gom được.

Lớp	8A	8B	8C	8D
Khối lượng (kg)	12,7	16,8	15,5	14,3

Lựa chọn biểu đồ phù hợp biểu diễn bảng thống kê này. Vẽ biểu đồ đó.

5.8. Bảng thống kê sau biểu diễn số huy chương vàng trong hai kì SEA Games năm 2017 và 2019 của đoàn thể thao Việt Nam, Thái Lan.

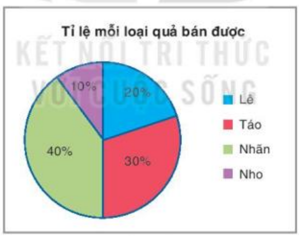
	SEA Games 2019	SEA Games 2017
Việt Nam	98	58
Thái Lan	92	72

Theo *Website chính thức các Đại hội thể thao Đông Nam Á lần thứ 29, 30.*

a) Vẽ biểu đồ để so sánh số huy chương của mỗi quốc gia đạt được qua hai kì SEA Games.

b) Vẽ biểu đồ so sánh số huy chương của Việt Nam và Thái Lan trong mỗi kì SEA Games.

5.9. Biểu đồ Hình 5.8 cho biết tỉ lệ mỗi loại quả bán được của một cửa hàng. Giả sử cửa hàng bán được 200 kg quả các loại. Lập bảng thống kê cho biết số lượng mỗi loại quả cửa hàng bán được. Vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng thống kê này.



Hình 5.8

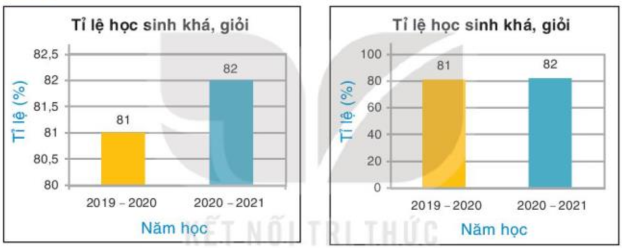
Bài 20 PHÂN TÍCH SỐ LIỆU THỐNG KÊ DỰA VÀO BIỂU ĐỒ

Kiến thức, kĩ năng

- Phát hiện và giải quyết được vấn đề, quy luật đơn giản dựa trên phân tích số liệu.
- Nhận ra tính hợp lí của dữ liệu được biểu diễn.
- Nhận biết mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức trong các môn học khác trong Chương trình lớp 8.

1 CÁC LƯU Ý KHI ĐỌC VÀ DIỄN GIẢI BIỂU ĐỒ

Ví dụ 1 Cho hai biểu đồ sau:



a) b)

Hình 5.9

a) Hai biểu đồ trên có biểu diễn cùng một tập dữ liệu không? Lập bảng thống kê cho dữ liệu đó.

b) Trong mỗi biểu đồ, so sánh tỉ lệ chiều cao hai cột và tỉ lệ số liệu mà hai cột này biểu diễn. Giải thích tại sao có sự khác nhau đó.

Giải

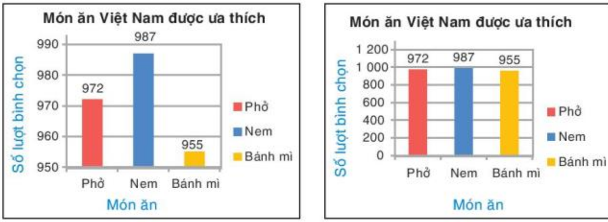
a) Hai biểu đồ biểu diễn cùng một dữ liệu. Bảng thống kê cho dữ liệu này là:

Năm học	2019 – 2020	2020 – 2021
Tỉ lệ học sinh khá, giỏi (%)	81	82

b) Trong Biểu đồ b) tỉ lệ chiều cao hai cột xanh và vàng bằng với tỉ lệ số liệu mà chúng biểu diễn (bằng $\frac{82}{81}$). Trong Biểu đồ a) cột màu xanh cao gấp đôi cột màu vàng nhưng số liệu mà nó biểu diễn (82%) không gấp đôi số liệu cột màu vàng biểu diễn (81%). Có sự khác nhau này trong Biểu đồ a) là do gốc của trục đứng không phải là 0.

Nhận xét. Trong biểu đồ cột, khi gốc của trục đứng khác 0 thì tỉ lệ chiều cao của các cột không bằng tỉ lệ số liệu mà chúng biểu diễn.

Luyện tập 1 Dựa trên dữ liệu khảo sát về món ăn Việt Nam được ưa thích, một công ty du lịch đã vẽ hai biểu đồ sau:



a) b)

Hình 5.10

a) Hai biểu đồ này biểu diễn cùng một dữ liệu không? Lập bảng thống kê về dữ liệu đó.

b) Trong Biểu đồ a), tỉ lệ chiều cao giữa cột màu xanh và cột màu vàng có bằng tỉ lệ hai số mà chúng biểu diễn không? Giải thích tại sao.

Ví dụ 2 Cho hai biểu đồ sau:

a) b)

Hình 5.11. Theo Ngân hàng thế giới (data.worldbank.org/)

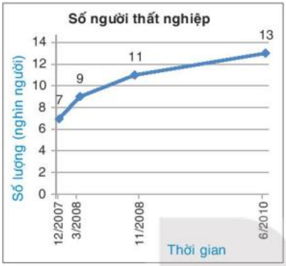
So sánh độ dốc của đoạn thẳng cuối cùng trong hai biểu đồ này. Giải thích tại sao Biểu đồ a) dễ làm cho ta hiểu lầm rằng GDP của Việt Nam năm 2020 tăng đột biến so với trước đó.

Giải

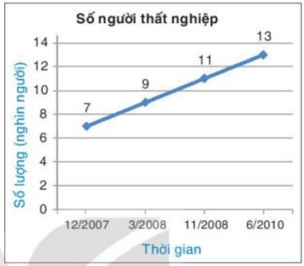
Đoạn cuối cùng trong Biểu đồ a) có độ dốc lớn hơn độ dốc của đoạn cuối cùng trong Biểu đồ b). Nhìn vào Biểu đồ a), ta có thể cho là GDP Việt Nam trong năm 2020 tăng rất mạnh so với trước đó, nguyên nhân là do trong biểu đồ này trục ngang được chia tỉ lệ không đều nhau giữa các đoạn (trước năm 2020 là năm 2016).

Nhận xét. Trong biểu đồ đoạn thẳng, khi các điểm quan sát trên trục ngang không đều nhau, ta không thể dựa vào độ dốc để kết luận về tốc độ tăng, giảm của đại lượng được biểu diễn.

Luyện tập 2 Cho hai biểu đồ sau biểu diễn số lượng người thất nghiệp tại một thành phố trong giai đoạn từ 12/2007 đến 6/2010.



a)



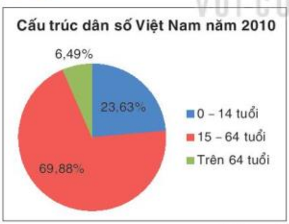
b)

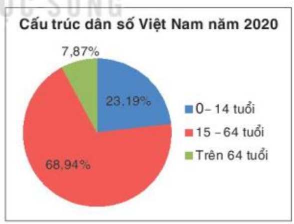
Hình 5.12

Hãy giải thích tại sao xu thế của hai biểu đồ lại khác nhau. Để thấy được xu thế của số lượng người thất nghiệp, ta nên dùng biểu đồ nào?

2 ĐỌC VÀ PHÂN TÍCH SỐ LIỆU TỪ BIỂU ĐỒ

Ví dụ 3 Các biểu đồ sau cho biết cấu trúc dân số của Việt Nam các năm 2010 và 2020.





Hình 5.13. (Theo *statista.com*)

a) Nhận xét về sự thay đổi tỉ lệ người thuộc nhóm tuổi lao động chính (15 - 64 tuổi) sau 10 năm.

b) Năm 2020 dân số Việt Nam là 97,41 triệu người (theo *statista.com*). Tính số lượng người thuộc mỗi nhóm tuổi trên.

Giải

a) Sau 10 năm, tỉ lệ người thuộc nhóm tuổi lao động chính (15 - 64 tuổi) giảm từ 69,88% năm 2010 xuống còn 68,94% năm 2020.

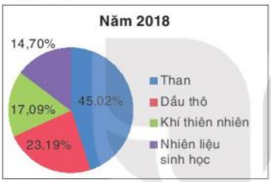
b) Năm 2020, tỉ lệ người thuộc nhóm tuổi 0 - 14 tuổi là 23,19%, do đó số người thuộc nhóm tuổi này là 97 410 000 · 23,19% = 22 589 379 (người).

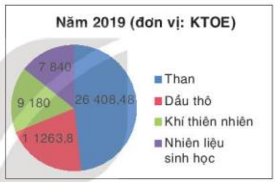
Tỉ lệ người thuộc nhóm tuổi 15 - 64 là 68,94%, do đó số người thuộc nhóm tuổi này là 97 410 000 · 68,94% = 67 154 454 (người).

Tỉ lệ người thuộc nhóm trên 64 tuổi là 7,87%, do đó số người thuộc nhóm tuổi này là 97 410 000 · 7,87% = 7 666 167 (người).

Chú ý. Khi phân tích số liệu, ta có thể kết hợp thông tin từ hai hay nhiều biểu đồ.

Luyện tập 3 Các biểu đồ sau cho biết cơ cấu năng lượng được khai thác, sản xuất trong nước các năm 2018 và 2019.



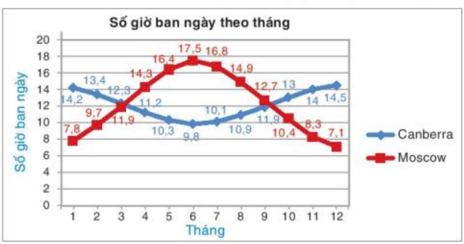


Hình 5.14 (Theo *Tổng cục Thống kê (1 KTOE tương đương 1 000 tấn dầu)*)

a) Lập bảng thống kê cho biết cơ cấu năng lượng được khai thác, sản xuất trong nước (theo tỉ lệ %) năm 2019.

b) Nhận xét về sự thay đổi cơ cấu năng lượng được khai thác, sản xuất trong nước năm 2019 so với năm 2018.

Ví dụ 4 Cho biểu đồ sau biểu diễn số giờ ban ngày trong các tháng tại hai địa điểm.



Hình 5.15 (Theo *weatherspark.com*)

a) Lập bảng thống kê cho số liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

b) Dựa vào biểu đồ, cho biết vào hai tháng nào trong năm số giờ ban ngày ở hai nơi gần như nhau. Vì sao?

c) Nhận xét và giải thích sự khác nhau về xu thế thay đổi số giờ ban ngày trong năm.

Giải

a) Bảng thống kê về số giờ ban ngày theo tháng tại Canberra và Moscow.

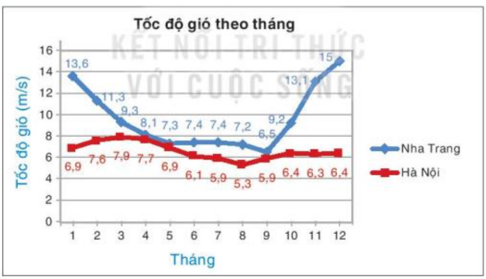
Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Canberra (giờ)	14,2	13,4	12,3	11,2	10,3	9,8	10,1	10,9	11,9	13	14	14,5
Moscow (giờ)	7,8	9,7	11,9	14,3	16,4	17,5	16,8	14,9	12,7	10,4	8,3	7,1

b) Hai đường cắt nhau vào khoảng tháng 3 và tháng 9 nên vào hai tháng này số giờ ban ngày tại hai địa điểm gần như nhau.

c) Từ tháng 1 số giờ ban ngày tại Canberra giảm, đạt mức thấp nhất vào tháng 6, sau đó lại tăng. Từ tháng 1 số giờ ban ngày tại Moscow tăng, đạt mức cao nhất vào tháng 6, sau đó lại giảm. Sự biến đổi về số giờ ban ngày theo tháng tại hai địa điểm này ngược nhau do hai thành phố Canberra và Moscow nằm ở hai bán cầu.

Chú ý. Để so sánh sự thay đổi theo thời gian của hai hay nhiều đại lượng, người ta thường biểu diễn chúng trên cùng biểu đồ.

Luyện tập 4 Cho biểu đồ sau:



Hình 5.16 (Theo *weatherspark.com (tốc độ gió được đo ở độ cao 10 m trên mặt đất)*)

a) So sánh tốc độ gió trong các tháng tại hai thành phố này. Giải thích sự khác nhau đó.

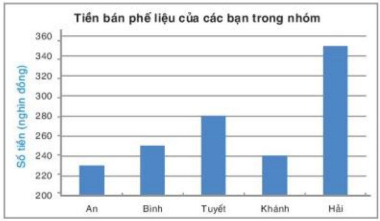
b) Ở Nha Trang, 6 tháng gió thổi mạnh nhất là những tháng nào?

BÀI TẬP

5.10. Biểu đồ cột (H.5.17) biểu diễn số tiền mỗi người trong nhóm học sinh có được nhờ bán phế liệu.

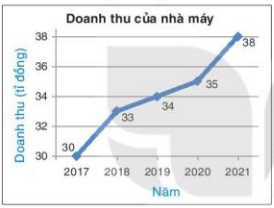
a) Số tiền của Tuyết có gấp đôi số tiền của Khánh không? Giải thích tại sao.

b) Lập bảng thống kê cho số tiền mỗi bạn có được nhờ bán phế liệu.

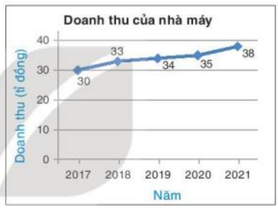


Hình 5.17

5.11. Cho hai biểu đồ (H.5.18)



a)



b)

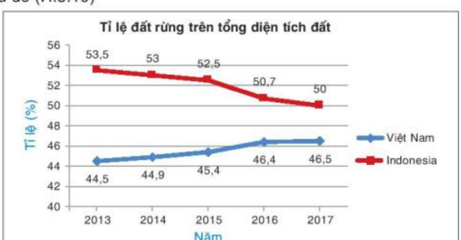
Hình 5.18

a) Doanh thu của nhà máy trong Biểu đồ a) có tăng nhanh hơn doanh thu của nhà máy trong Biểu đồ b) hay không?

b) Hai biểu đồ này có cùng biểu diễn một dãy số liệu không?

c) Giải thích tại sao hai đường gấp khúc trên hai biểu đồ có độ dốc khác nhau.

5.12. Cho biểu đồ (H.5.19)



Hình 5.19 (Theo *theglobaleconomy.com*)

a) So sánh tỉ lệ diện tích đất rừng trên tổng diện tích đất của hai nước.

b) Cho biết xu thế tăng, giảm của tỉ lệ diện tích đất rừng trên tổng diện tích đất của mỗi nước.

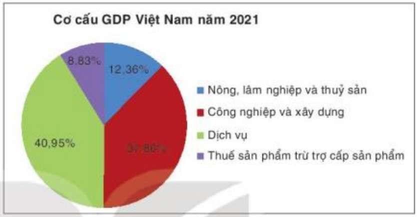
c) Lập bảng thống kê về tỉ lệ diện tích đất rừng của Việt Nam trên tổng diện tích đất qua các năm.

d) Tổng diện tích đất của Việt Nam, Indonesia tương ứng là 331 690 km^2; 1 826 440 km^2. Tính diện tích đất rừng của Việt Nam, Indonesia năm 2017.

5.13. Biểu đồ (H.5.20) cho biết cơ cấu GDP của Việt Nam năm 2021.

a) Lĩnh vực nào đóng góp nhiều nhất vào GDP, với bao nhiêu phần trăm?

b) GDP Việt Nam năm 2021 là 0,4 nghìn tỉ đô la Mỹ. Lĩnh vực dịch vụ đóng góp bao nhiêu tỉ đô la Mỹ?



Hình 5.20 (Theo *Tổng cục thống kê*)

5.14. Cho biểu đồ (H.5.21)

Hình 5.21 (Theo *ap.fftc.org.tw/*)

a) Nhận xét về xu thế của thị phần xuất khẩu gạo của Thái Lan trong các năm từ 2017 đến 2020.

b) Lập bảng thống kê thị phần xuất khẩu gạo của Việt Nam trong giai đoạn này.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1 An phát phiếu điều tra sau cho 200 bạn trong trường để thực hiện khảo sát.

Bạn lo lắng điều gì về Covid-19?

(Khoanh tròn vào lựa chọn. Có thể có nhiều lựa chọn)

A. Bản thân bị nhiễm

B. Người thân bị nhiễm

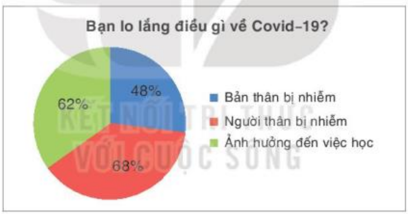
C. Ảnh hưởng đến việc học

D. Vấn đề khác

An thống kê kết quả và thấy có 96 lựa chọn A, 136 lựa chọn B, 124 lựa chọn C.

a) Giải thích tại sao tổng số lựa chọn lớn hơn số bạn được hỏi.

b) An đã biểu diễn tỉ lệ học sinh đã lựa chọn A, B, C bằng biểu đồ hình quạt tròn sau:



Hình 5.22

Biểu đồ An sử dụng có phù hợp không?

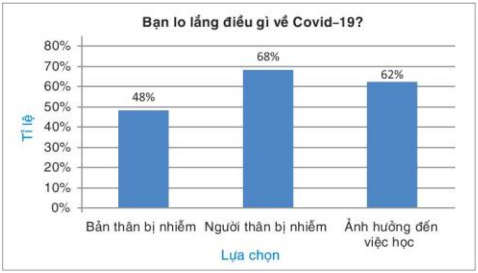
c) An phải dùng biểu đồ nào để biểu diễn? Vẽ biểu đồ đó.

Giải

a) Tổng số lựa chọn là 96 + 136 + 124 = 356 lớn hơn số bạn được hỏi vì mỗi bạn có thể có nhiều lựa chọn.

b) An sử dụng biểu đồ hình quạt tròn (H.5.22) là không phù hợp vì biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn tỉ lệ các phần trong tổng thể, tổng tỉ lệ của các phần luôn là 100%.

c) Nếu muốn biểu diễn tỉ lệ học sinh đã lựa chọn A, B, C thì An nên dùng biểu đồ hình cột (H.5.23) sau:



Hình 5.23

Ví dụ 2 Biểu đồ sau cho biết nhu cầu về lượng nước tưới (đơn vị: m^3/ha) tại lưu vực sông Hồng và sông Cửu Long trong các năm có lượng mưa trung bình.

Hình 5.24 (Theo *vietnam.opendevelopmentmekong.net/*)

Không cần nhìn vào số liệu cụ thể, hãy cho biết:

a) Xu thế theo thời gian của các dãy số liệu được biểu diễn.

b) Nhu cầu về lượng nước tưới ở lưu vực sông nào lớn hơn.

Giải

a) Hai dãy số liệu về nhu cầu lượng nước tưới ở lưu vực sông Hồng và sông Cửu Long đều có xu hướng giảm, từ trái qua phải đường biểu diễn hai dãy số liệu này đi xuống.

b) Nhu cầu về nước tưới ở lưu vực sông Cửu Long lớn hơn ở lưu vực sông Hồng do đường màu đỏ nằm trên đường màu xanh.

BÀI TẬP

5.15. Mỗi dữ liệu sau đây thuộc loại nào? Nên dùng biểu đồ nào để biểu diễn dữ liệu đó.

a) Tuổi thọ trung bình của người Việt Nam trong 30 năm từ năm 1989 đến năm 2019.

b) Số bàn thắng mà mỗi đội bóng châu Á ghi được tại World Cup 2022.

5.16. Bảng thống kê sau cho biết tỉ lệ đóng góp vào GDP toàn cầu của Việt Nam trong một số năm.

Năm	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Tỉ lệ (%)	0,16	0,18	0,19	0,20	0,23	0,24	0,24	0,25

(Theo *theglobaleconomy.com*)

a) Chọn biểu đồ phù hợp để biểu diễn bảng thống kê này.

b) Cho biết xu thế về tỉ lệ đóng góp của Việt Nam vào GDP toàn cầu.

5.17. Số học sinh của ba trường Trung học cơ sở trên địa bàn đăng kí tham dự giải chạy việt dã do quận tổ chức được cho trong bảng sau:

Trường	Đoàn Kết	Bình Minh	Hoà Bình
Số lượng học sinh đăng kí	13	47	183

Theo em nên sử dụng biểu đồ tranh hay biểu đồ cột để biểu diễn dữ liệu này? Tại sao?

5.18. Doanh thu (đơn vị: tỉ đồng) của hai chi nhánh một công ty trong năm 2021 và 2022 được cho trong bảng sau:

Chi nhánh	Năm	
	2021	2022
Hà Nội	6	8
Thành phố Hồ Chí Minh	10	12

Lựa chọn và vẽ biểu đồ để so sánh doanh thu của hai chi nhánh này trong hai năm 2021 và 2022.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

A. TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng trong mỗi câu hỏi sau:

5.19. Dữ liệu nào sau đây là số liệu liên tục?

A. Dữ liệu về tên các vận động viên Việt Nam tham dự SEA Games 31.

B. Dữ liệu về kết quả đánh giá hiệu quả của chương trình dạy học trên truyền hình.

C. Dữ liệu về cân nặng của 200 con cá chép sau 6 tháng nuôi.

D. Dữ liệu về số người bị mắc Covid-19 trong gia đình của các bạn trong lớp.

5.20. An đứng từ xa và ghi lại xem bạn nào đi sang đường sử dụng cầu vượt khi tan trường. Phương pháp An thu thập dữ liệu là:

A. Từ nguồn có sẵn. B. Quan sát. C. Lập bảng hỏi. D. Phỏng vấn.

5.21. Trong biểu đồ cột với gốc trục đứng không bắt đầu từ 0, khẳng định nào sau đây **không** đúng?

A. Cột cao hơn biểu diễn số liệu lớn hơn.

B. Hai cột cao bằng nhau biểu diễn số liệu bằng nhau.

C. Cột thấp hơn biểu diễn số liệu bé hơn.

D. Tỉ lệ chiều cao của hai cột bằng tỉ lệ hai số liệu được biểu diễn.

5.22. Để biểu diễn tỉ lệ của các phần trong tổng thể ta dùng biểu đồ nào sau đây?

A. Biểu đồ tranh. B. Biểu đồ cột.

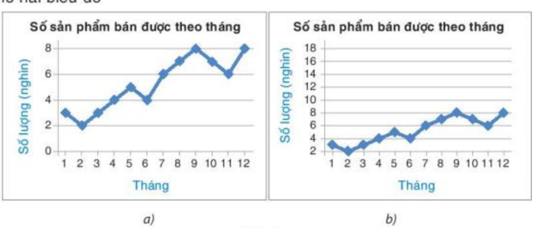
C. Biểu đồ đoạn thẳng. D. Biểu đồ hình quạt tròn.

5.23. Để biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian ta dùng biểu đồ nào sau đây?

A. Biểu đồ cột kép. B. Biểu đồ tranh. C. Biểu đồ đoạn thẳng. D. Biểu đồ hình quạt tròn.

B. TỰ LUẬN

5.24. Cho hai biểu đồ



Hình 5.25

a) Lập bảng thống kê cho dữ liệu được biểu diễn trong mỗi biểu đồ.

b) Dữ liệu biểu diễn trên hai biểu đồ có như nhau không? Giải thích tại sao hình dạng hai đường gấp khúc trên hai biểu đồ lại khác nhau.

5.25. Khối 8 tổ chức giải bóng đá với 5 đội tham dự là các đội bóng của các lớp A, B, C, D, E. Trước khi giải đấu diễn ra, Bình muốn thực hiện khảo sát dự đoán của các bạn về đội bóng vô địch giải đấu.

a) Theo em Bình có thể thực hiện khảo sát theo những cách nào?

b) Dữ liệu Bình thu được thuộc loại nào?

5.26. Bạn Bình tiến hành khảo sát dự đoán như trong Bài 5.25. Giả sử Bình thu được kết quả như sau: A, B, A, A, A, A, A, B, D, B, A, A, B, D, D, A, A, B, D. Lập bảng thống kê về số lượng dự đoán vô địch cho mỗi đội.

a) Có thể dùng biểu đồ nào để biểu diễn dữ liệu trong bảng thống kê thu được.

b) Nếu muốn biểu diễn tỉ lệ các bạn được hỏi dự đoán mỗi đội vô địch thì nên dùng biểu đồ nào?

5.27. Bảng thống kê sau cho biết số lượng học sinh của các lớp khối 8 tham gia các câu lạc bộ Thể thao và Nghệ thuật của trường.

Lớp / Câu lạc bộ	8A	8B	8C	8D
Thể thao	8	12	10	5
Nghệ thuật	16	4	8	8

a) Lựa chọn và vẽ biểu đồ để so sánh số lượng học sinh tham gia hai câu lạc bộ này ở từng lớp.

b) Lựa chọn và vẽ biểu đồ biểu diễn tỉ lệ học sinh các lớp tham gia hai câu lạc bộ trong số các học sinh khối 8 tham gia hai câu lạc bộ này.

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

CÔNG THỨC LÃI KÉP

Mục tiêu

Sử dụng công thức lãi kép để tính số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) sau N kì gửi tiết kiệm.

Gửi tiết kiệm là hình thức khách hàng gửi những khoản tiền để dành vào ngân hàng với mục đích tiết kiệm và nhận về một khoản lợi nhuận. Một hình thức phổ biến là gửi *tiết kiệm có kì hạn*.

Trong bài này, các em sẽ làm quen với công thức lãi kép để tính số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) sau N kì gửi tiết kiệm.

Chuẩn bị

- Bảng lãi suất gửi tiết kiệm của một số ngân hàng;
- Máy tính cầm tay.

Thực hiện

Chia lớp thành bốn nhóm, hai nhóm thực hiện Dự án 1, hai nhóm thực hiện Dự án 2 và trình bày kết quả trước cả lớp. Trước đó, cả lớp cùng thực hiện HĐ để tìm hiểu công thức lãi kép khi gửi tiết kiệm có kì hạn.

HĐ **Bài toán gửi tiết kiệm có kì hạn**

Ngân hàng thường tính lãi suất cho khách hàng theo thể thức *lãi kép theo định kì*, tức là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp. Một người gửi vào ngân hàng P đồng, với lãi suất hằng tháng là r (ở đây r được biểu thị dưới dạng số thập phân).

a) Tính số tiền người đó nhận được sau 1 tháng.

b) Tính số tiền người đó nhận được sau 2 tháng.

c) Tính số tiền người đó nhận được sau 3 tháng.

d) Đưa ra công thức tính số tiền người đó nhận được sau n tháng.

Nếu một khoản tiền gốc P được gửi tiết kiệm theo hình thức lãi kép theo định kì với lãi suất r mỗi kì thì tổng số tiền A nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau N kì gửi cho bởi *công thức lãi kép* sau: $A = P(1+r)^N$.

Chú ý. Trong thực tế, ngân hàng có nhiều kì hạn gửi tiết kiệm để khách hàng lựa chọn và thường công bố lãi suất năm (mức lãi suất tuỳ thuộc vào kì hạn, nói chung kì hạn càng dài thì lãi suất càng cao). Khi đó, ta có thể sử dụng công thức sau:

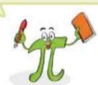
Ngân hàng thường công bố lãi suất năm dưới dạng phần trăm. Lãi suất $r = 6\%$ nghĩa là $r = 6\% = \frac{6}{100} = 0,06$.

Nếu một khoản tiền gốc P được gửi tiết kiệm với lãi suất hằng năm r, được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền A nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau N kì gửi là: $A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^N$.

Dự án 1

Bác Hưng muốn gửi tiết kiệm 300 triệu đồng kì hạn 12 tháng. Dựa vào bảng lãi suất mà các ngân hàng công bố tại thời điểm hiện tại, hãy tính số tiền lãi mà bác Hưng nhận được khi gửi cho mỗi ngân hàng. Từ đó tư vấn ngân hàng gửi tiết kiệm cho bác Hưng (giả sử uy tín và chất lượng dịch vụ của các ngân hàng là như nhau).

Số tiền lãi = Tổng số tiền nhận được – Số tiền gốc ban đầu.



Dự án 2

Bác Hương có 250 triệu đồng muốn gửi tiết kiệm ở một ngân hàng và hai năm sau mới có nhu cầu sử dụng số tiền này. Dựa vào bảng lãi suất mà ngân hàng công bố tại thời điểm hiện tại, hãy tư vấn cho bác Hương phương án gửi tiết kiệm để số tiền lãi thu được sau hai năm gửi tiết kiệm là lớn nhất.

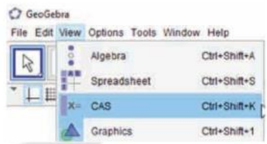
Ở đây, giả sử các lãi suất đã công bố là không thay đổi trong suốt quá trình bác Hương gửi tiết kiệm.

THỰC HIỆN TÍNH TOÁN TRÊN ĐA THỨC VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA

Mục tiêu

Sử dụng phần mềm GeoGebra để tính toán các phép tính trên đa thức.

Khởi động phần mềm GeoGebra, chọn View → Complex Adaptive System (CAS) để thực hiện tính toán các phép tính trên đa thức.



1. *Cộng, trừ, nhân đa thức*: Nhập biểu thức trên dòng lệnh của cửa sổ CAS, kết quả sẽ được hiển thị ngay bên dưới.

$$x \cdot y^2 + x^2 \cdot (x \cdot y + y^2) - (x + y)(x^2 \cdot y - y^2)$$
$$\to\ 2xy^2 + y^3$$

Trên cửa sổ CAS, chọn chế độ tính toán chính xác bằng cách chọn nút $\boxed{=}$.

2. *Khai triển các biểu thức có chứa tích hoặc luỹ thừa*: Sử dụng lệnh Expand(<biểu thức cần khai triển>).

$$\text{Expand}\left((2a-3b)^3\right)$$
$$\to\ 8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$$

Dấu nhân được dùng với kí hiệu *.

Dấu luỹ thừa được dùng với kí hiệu ^.

Cần ghi đủ phép nhân giữa hai biến của đa thức khi viết lệnh, chẳng hạn xy^2 viết là x*y^2.

3. *Phân tích đa thức thành nhân tử*: Sử dụng lệnh Factor(<đa thức>).

$$\text{Factor}\left(a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)\right)$$
$$\to\ (b-c)(a-c)(a-b)$$

Trường hợp phân tích đa thức thành nhân tử có chứa số vô tỉ thì dùng lệnh IFactor(<đa thức>).

$$\text{IFactor}\left(x^3 + 2x^2 - 5x - 10\right)$$
$$\to\ \left(x - \sqrt{5}\right)(x+2)\left(x + \sqrt{5}\right)$$

4. *Chia đa thức*: Dùng lệnh Div(<đa thức bị chia>,<đa thức chia>) để tìm thương; lệnh Mod(<đa thức bị chia>,<đa thức chia>) để tìm dư; lệnh Division(<đa thức bị chia>,<đa thức chia>) để tìm cả thương và dư của phép chia hai đa thức.

1 Div $(2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3, x^2 - 4x - 3)$
→ $2x^2 - 5x + 1$

1 Mod $(6x^2 - 3x + 5, 2x - 1)$
→ 5

1 Division $(9x^4 - 6x^3 + 15x^2 + 2x - 1, 3x^2 - 2x + 5)$
→ $\{3x^2, 2x - 1\}$

Trong kết quả hiển thị trên, $3x^2$ là thương, $2x - 1$ là dư của phép chia.

Chú ý. Nếu muốn sử dụng giao diện tiếng Việt, sau khi khởi động GeoGebra, chọn Options → Language → Vietnamese/Tiếng Việt. Khi đó, thay vì cú pháp lệnh tiếng Anh như trình bày ở trên, ta dùng cú pháp lệnh tiếng Việt tương ứng như trong bảng sau (lưu ý rằng cú pháp lệnh tiếng Việt có thể khác nhau tùy theo phiên bản GeoGebra).

Lệnh	Cú pháp lệnh tiếng Anh	Cú pháp lệnh tiếng Việt
Khai triển biểu thức	Expand(<biểu thức>)	KhaiTriển(<biểu thức>)
Phân tích đa thức thành nhân tử	Factor(<đa thức>)	PhânTíchRaThừaSố(<đa thức>)
Phân tích đa thức thành nhân tử có chứa số vô tỉ	IFactor(<đa thức>)	ThừaSốvớiSốVôTỷ(<đa thức>)
Tìm dư	Mod(<đa thức bị chia>,<đa thức chia>)	SoDu(<đa thức bị chia>,<đa thức chia>)
Tìm cả thương và dư	Division(<đa thức bị chia>,<đa thức chia>)	PhépChia(<đa thức bị chia>,<đa thức chia>)

Thực hành

Sử dụng phần mềm GeoGebra, hãy thực hiện các yêu cầu sau đây.

1. Tính:

$$(3x^2y + 5xy - 2)(4x + 3y) - 6x^2\left(2xy + \frac{3}{2}y^2 + \frac{10}{3}y\right).$$

2. Khai triển các biểu thức sau:

a) $(5x - y)^2$; b) $\left(\frac{1}{3}x + 2y\right)^3$.

3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 8x + 10$; b) $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$.

4. Tìm thương và dư (nếu có) trong các phép chia sau:

a) $(3x^4y - 9x^3y^2 - 21x^2y^2) : (3x^2y)$; b) $(2x^3 + 5x^2 - 2x + 12) : (2x^2 - x + 1)$.

VẼ HÌNH ĐƠN GIẢN VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA

Mục tiêu

Sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ hình chữ nhật, hình bình hành, hình thang.

Các em đã được học về hình thang, hình bình hành, hình chữ nhật và có thể vẽ các hình đó bằng thước kẻ và compa dựa vào các tính chất của chúng. Trong bài này, chúng ta sẽ thực hành dùng phần mềm GeoGebra để vẽ các hình như vậy.

HĐ1 VẼ HÌNH CHỮ NHẬT

Các em đã biết vẽ đường vuông góc và đường thẳng song song. Bây giờ chúng ta sẽ sử dụng hộp công cụ đường thẳng và đường tròn trong GeoGebra để vẽ hình chữ nhật *ABCE* có *AB* = 4 cm, *BC* = 3 cm.

Bước 1. Vẽ đoạn thẳng *AB* và có độ dài 4 cm.

Chọn công cụ → Chọn Đường tròn khi biết tâm và bán kính → Chọn điểm *A*, nhập bán kính bằng 4.

Chọn công cụ → Chọn Điểm mới → Chọn điểm *B* nằm trên đường tròn.

Chọn công cụ → Chọn Đoạn thẳng → Chọn điểm *A* → Chọn điểm *B*.

Bước 2. Vẽ điểm *C* nằm trên đường thẳng vuông góc với *AB* và *BC* = 3 cm.

Chọn công cụ → Chọn Đường vuông góc → Nháy chuột vào điểm *B* → Nháy chuột vào đoạn thẳng *AB*.

Chọn công cụ → Chọn Đường tròn khi biết tâm và bán kính → Nháy chuột vào điểm *B*, nhập bán kính bằng 3.

Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào đường thẳng và đường tròn vừa vẽ.

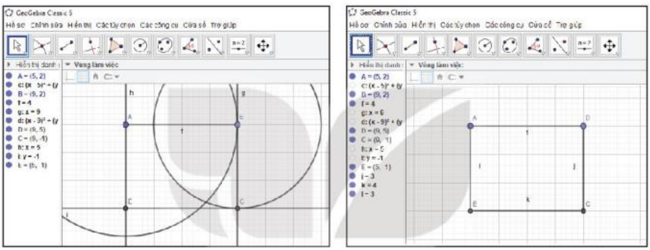
Bước 3. Vẽ điểm *E* là giao của đường thẳng vuông góc với *AB* tại *A* và đường thẳng vuông góc với *BC* tại *C*.

Chọn công cụ → Chọn Đường vuông góc → Nháy chuột vào điểm A → Nháy chuột vào đoạn thẳng AB.

Chọn công cụ → Chọn Đường vuông góc → Nháy chuột vào điểm C → Nháy chuột vào đường thẳng BC.

Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào hai đường thẳng vừa vẽ.

Ẩn các đường tròn và đường thẳng, chọn công cụ Đoạn thẳng để nối B với C, C với E, E với A và thu được hình chữ nhật $ABCE$.



Hình T.1

Luyện tập 1

a) Dùng công cụ để kiểm tra các góc của tứ giác $ABCE$ có vuông không.

b) Lưu hình vẽ ở HĐ1 thành tệp ảnh hnc.png.

c) Tương tự, hãy vẽ hình vuông $ABCE$ có cạnh 4 cm.

HĐ2 VẼ HÌNH BÌNH HÀNH

Vẽ hình bình hành $ABCE$ có $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm, $\widehat{ABC} = 120^{\circ}$.

Bước 1. Vẽ đoạn thẳng AB và có độ dài 4 cm tương tự như Bước 1 của HĐ1.

Bước 2. Vẽ điểm C sao cho $BC = 3$ cm và $\widehat{ABC} = 120^{\circ}$.

Chọn công cụ → Chọn → Nháy chuột lần lượt vào các điểm A, B và nhập số đo góc là 120.

Chọn công cụ → Chọn Tia đi qua 2 điểm → Nháy chuột lần lượt vào các điểm B, A'.

Chọn công cụ → Chọn Đường tròn khi biết tâm và bán kính → Nháy chuột vào điểm *B*, nhập bán kính bằng 3.

Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào tia *BA*' và đường tròn vừa vẽ.

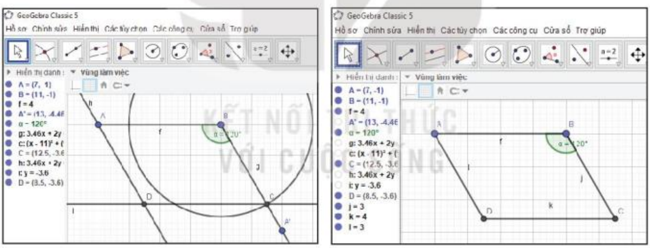
Bước 3. Vẽ điểm *D* là giao của đường thẳng qua *A* song song với *BC* và đường thẳng qua *C* song song với *AB*.

Chọn công cụ → Chọn Đường song song → Nháy chuột vào điểm *C* → Nháy chuột vào đoạn thẳng *AB*.

Chọn công cụ → Chọn Đường song song → Nháy chuột vào điểm *A* → Nháy chuột vào tia *BA*'.

Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào hai đường thẳng vừa vẽ.

Ẩn đường tròn, tia *BA*', các đường thẳng và điểm *A*', chọn công cụ Đoạn thẳng để nối *B* với *C*, *C* với *D*, *D* với *A* và thu được hình bình hành *ABCD*.



Hình T.2

Luyện tập 2

a) Dùng Trung điểm hoặc tâm trong công cụ để kiểm tra trung điểm *AC* và *BD* có trùng nhau không.

b) Lưu hình vẽ ở HĐ2 thành tệp ảnh hbh.png.

c) Tương tự, hãy vẽ một hình thoi *ABCD* có cạnh 4 cm.

HĐ3 VẼ HÌNH THANG

Vẽ hình thang *ADEC* có đáy lớn *AD* = 6 cm, đáy nhỏ *EC* = 3 cm, các cạnh bên *AC* = 2 cm, *DE* = 4 cm theo các bước sau:

Bước 1. Vẽ đoạn thẳng *AB* và có độ dài bằng *AD* – *EC* = 3 cm tương tự như Bước 1 của HĐ1.

Bước 2. Vẽ tam giác *ABC* có *BC* = 4 cm (độ dài của *DE*), *AC* = 2 cm.

Chọn công cụ → Chọn Đường tròn khi biết tâm và bán kính → Nháy chuột vào điểm *A*, nhập bán kính bằng 2.

Chọn công cụ → Chọn Đường tròn khi biết tâm và bán kính → Nháy chuột vào điểm *B*, nhập bán kính bằng 4.

Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào hai đường tròn vừa vẽ.

Chọn công cụ → Chọn Đoạn thẳng → Chọn điểm *A* → Chọn điểm *C*.

Chọn công cụ → Chọn Đoạn thẳng → Chọn điểm *B* → Chọn điểm *C*.

Bước 3. Vẽ điểm *D* nằm trên tia *AB* sao cho *AD* = 6 cm.

Chọn công cụ → Chọn Đường tròn khi biết tâm và bán kính → Nháy chuột vào điểm *A*, nhập bán kính bằng 6.

Chọn công cụ → Chọn Tia đi qua 2 điểm → Nháy chuột lần lượt vào các điểm *A*, *B*.

Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào tia *AB* và đường tròn vừa vẽ.

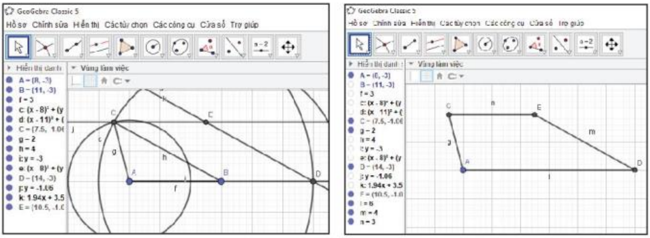
Bước 4. Vẽ điểm *E* sao cho *DE* // *BC* và *CE* // *AB*.

Chọn công cụ → Chọn Đường song song → Nháy chuột vào điểm *D* → Nháy chuột vào đoạn thẳng *BC*.

Chọn công cụ → Chọn Đường song song → Nháy chuột vào điểm *C* → Nháy chuột vào tia *AB*.

Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào hai đường thẳng vừa vẽ.

Ẩn các đường tròn, các đường thẳng, đoạn thẳng *AB*, *BC* và điểm *B*. Chọn công cụ Đoạn thẳng để nối *A* với *D*, *D* với *E*, *E* với *C* và thu được hình thang *ADEC*.



Hình T.3

Luyện tập 3

a) Dùng  Khoảng cách trong công cụ  để kiểm tra *DE* có bằng 4 cm không.

b) Lưu hình vẽ ở HĐ3 thành tệp ảnh hth.png.

c) Tương tự, hãy vẽ hình thang cân *ADEC* có *AD* // *EC*, *AD* = 6 cm, *CE* = 4 cm, *AC* = *DE* = 3 cm.

Thực hành

1. a) Em hãy trình bày các bước dùng phần mềm GeoGebra để vẽ hình chữ nhật *ABCD* có *AB* = 6 cm, *AC* = 9 cm.

   b) Vẽ hình chữ nhật trên trong phần mềm GeoGebra và lưu thành một tệp có đuôi png.

2. a) Em hãy trình bày các bước dùng phần mềm Geogebra để vẽ hình bình hành *ABCD* có *AB* = 4 cm, *AC* = 5 cm, *BC* = 6 cm.

   b) Vẽ hình bình hành trên trong phần mềm Geogebra và lưu thành một tệp có đuôi png.

PHÂN TÍCH ĐẶC ĐIỂM KHÍ HẬU VIỆT NAM

Mục tiêu

Tìm hiểu một số đặc điểm của khí hậu Việt Nam.

Trong môn học Lịch sử và Địa lí, các em đã biết một số đặc điểm của khí hậu Việt Nam. Trong hoạt động thực hành trải nghiệm này, các em sẽ thu thập dữ liệu về nhiệt độ, độ ẩm, lượng mưa,... và phân tích để minh hoạ cho các đặc điểm đó.

Chuẩn bị

Máy tính kết nối mạng Internet. Trường hợp không có mạng Internet có thể chuẩn bị các nguồn tài liệu như sách, báo,... để có thể tra cứu, thu thập dữ liệu.

Thực hiện

Chia lớp thành bốn nhóm, hai nhóm thực hiện Dự án 1 và hai nhóm thực hiện Dự án 2. Các nhóm thực hiện thu thập, biểu diễn và phân tích dữ liệu theo các bước hướng dẫn và trình bày kết quả trước cả lớp.

Dự án 1. Minh hoạ các đặc điểm khí hậu chung

Bước 1. Thu thập dữ liệu về nhiệt độ, lượng mưa, độ ẩm trung bình các tháng của Việt Nam và điền vào bảng thống kê sau:

Tháng	1	2	....	12
Nhiệt độ (°C)				
Lượng mưa (mm)				
Độ ẩm (%)				

Bảng T.1. Nhiệt độ, lượng mưa và độ ẩm trung bình các tháng của Việt Nam

Dữ liệu này có thể thu thập từ sách giáo khoa Lịch sử và Địa lí; sách báo khác hoặc từ Internet, chẳng hạn từ website của Tổng cục Thống kê ở địa chỉ *gso.gov.vn/* hoặc địa chỉ *worlddata.info/asia/vietnam/climate.php*.

Bước 2. Lựa chọn biểu đồ và vẽ các biểu đồ biểu diễn các dãy số liệu về nhiệt độ, lượng mưa, độ ẩm.

Bước 3. Phân tích dữ liệu và thảo luận trong nhóm xem dữ liệu thu được minh hoạ cho những đặc điểm nào của khí hậu Việt Nam.

Dự án 2. Minh hoạ sự khác biệt về khí hậu giữa miền Bắc và miền Nam

Bước 1. Chọn hai địa điểm ở hai miền Bắc và Nam (chẳng hạn Thành phố Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh). Thu thập dữ liệu về nhiệt độ, lượng mưa, độ ẩm trung bình các tháng tại các địa điểm này, ghi lại thành 3 bảng thống kê theo mẫu sau.

Tháng / Thành phố	1	2	....	12
Hà Nội				
Hồ Chí Minh				

Bảng T.2. Nhiệt độ/Lượng mưa/Độ ẩm trung bình các tháng

Dữ liệu này có thể thu thập từ sách giáo khoa Lịch sử và Địa lí; sách báo khác hoặc từ Internet, chẳng hạn từ website của Tổng cục Thống kê ở địa chỉ *gso.gov.vn/* hoặc địa chỉ *worlddata.info/asia/vietnam/climate.php*.

Bước 2. Lựa chọn loại biểu đồ và biểu diễn trên cùng một biểu đồ hai dãy số liệu tại hai địa điểm trên về nhiệt độ, lượng mưa, độ ẩm.

Bước 3. Phân tích dữ liệu và thảo luận trong nhóm xem nhiệt độ, lượng mưa và độ ẩm tại hai địa điểm này trong năm có những khác biệt gì, có phù hợp với các đặc điểm của các miền khí hậu mà em đã biết?

Trợ giúp

1. Ngoài các nguồn thu thập dữ liệu đã chỉ ra trong hai dự án, học sinh cũng có thể thu thập dữ liệu từ một số website khác như website của các công ty du lịch, Ngân hàng Thế giới, Tổng cục Khí tượng Thuỷ văn Quốc gia, ...

2. Để vẽ các biểu đồ em có thể xem lại phần Hướng dẫn thực hành với máy tính trong Hoạt động thực hành trải nghiệm, sách giáo khoa Toán lớp 6, 7.

3. Có thể thực hiện thêm các dự án khác như minh hoạ đặc điểm miền khí hậu biển Đông Việt Nam, miền khí hậu Đông Trường Sơn.

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

THUẬT NGỮ	GIẢI THÍCH
Bậc của đa thức	Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó
Bậc của đơn thức	Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó. Số 0 được coi là đơn thức không có bậc
Đa thức	Đa thức là một tổng của những đơn thức
Định lí Thalès	Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ
Định lí Thalès đảo	Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác
Đơn thức	Biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến
Đơn thức thu gọn	Đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến, mà mỗi biến đã được nâng lên luỹ thừa với số mũ nguyên dương
Hai đơn thức đồng dạng	Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến
Hình bình hành	Tứ giác có các cạnh đối song song
Hình chữ nhật	Tứ giác có bốn góc vuông
Hình thang	Tứ giác có hai cạnh đối song song
Hình thang cân	Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau
Hình thang vuông	Hình thang có một góc vuông
Hình thoi	Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau
Hình vuông	Tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau
Phân tích đa thức thành nhân tử	Biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức
Tỉ số của hai đoạn thẳng	Tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng theo cùng một đơn vị đo
Tính chất đường phân giác của tam giác	Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy
Tứ giác *ABCD*	Hình gồm bốn đoạn thẳng *AB*, *BC*, *CD*, *DA* trong đó không có hai đoạn thẳng nào nằm trên cùng một đường thẳng

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: ĐẶNG THỊ MINH THU – VŨ THỊ VÂN
Biên tập mĩ thuật: PHẠM VIỆT QUANG
Thiết kế sách: VŨ XUÂN NHỰ
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Minh hoạ: ĐINH THANH LIÊM
Sửa bản in: PHAN THỊ THANH BÌNH – PHẠM THỊ TỈNH
Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

TOÁN 8 - TẬP MỘT
Mã số:
In ... bản, (QĐ ...) khổ 19 x 26,5 cm.
Đơn vị in: ...
Địa chỉ: ...
Số ĐKXB: /CXBIPH/ /GD.
Số QĐXB: .../QĐ - GD - HN ngày ... tháng ... năm ....
In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 20...
Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-
Tập hai: 978-604-0-

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 8 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Ngữ văn 8, tập một
2. Ngữ văn 8, tập hai
3. Toán 8, tập một
4. Toán 8, tập hai
5. Khoa học tự nhiên 8
6. Công nghệ 8
7. Lịch sử và Địa lí 8
8. Mĩ thuật 8
9. Âm nhạc 8
10. Giáo dục công dân 8
11. Tin học 8
12. Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 8
13. Giáo dục thể chất 8
14. Tiếng Anh 8 – Global Success – SHS

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

Giá: .... đ